Επιστημονικοί Υπολογισμοί - Μέρος ΙΙΙ: Παράλληλοι Υπολογισμοί

Χαρμανδάρης Βαγγέλης, Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Πανεπιστήμιο Κρήτης, Εαρινό Εξάμηνο 2013/14

Κεφάλαιο 4: Παράλληλοι Αλγόριθμοι

- **Ταξινόμηση Παράλληλων Αλγόριθμων.**
- **Παράδειγμα: Υπολογισμός του Αριθμού π.**
- **Το Κόσκινο του Ερατοσθένη.**
- **Σχεδιασμός Παράλληλων Αλγορίθμων.**
- **Τύποι Επικοινωνίας Μεταξύ των Επεξεργαστών.**

Παράλληλοι Αλγόριθμοι

• Οι παράλληλοι αλγόριθμοι μπορούν να ταξινομηθούν ανάλογα με το πως και που γίνεται ο παραλληλισμός.

Κατηγορίες παράλληλων αλγορίθμων:

• Παραλληλισμός σε επίπεδο bits (Bit-level parallel approach).

• Παραλληλισμός σε επίπεδο εντολών (Control-parallel approach).

• Παραλληλισμός σε επίπεδο δεδομένων (Data-parallel approach).

Παραλληλισμός σε Επίπεδο Bits

• Bit-level parallelism: Παραλληλισμός αυξάνοντας το μέγεθος της πληροφορίας (word size), σε bits, που μπορεί να επεξεργαστεί ένας επεξεργαστής ανά κύκλο λειτουργίας.

• Αυξάνοντας το "word size" ελαττώνεται ο αριθμός των πράξεων που πρέπει να εκτελέσει ένας επεξεργαστής για μεταβλητές με μήκος μεγαλύτερο του "word size" .

• Παράδειγμα: πρόσθεση 2 16-bit ακεραίων σε 8-bit επεξεργαστή απαιτεί 2 πράξεις ενώ σε 16-bit επεξεργαστή 1.

Ιστορικά:

• Για αρκετά χρόνια ήταν ο συνήθης τρόπος αύξησης της υπολογιστικής ισχύος: από 4-bit σε 8-bit, 16-bit και 32-bit επεξεργαστές. Οι τελευταίοι ήταν οι πιο συνηθισμένοι για περίπου 2 δεκαετίες.

• Πιο πρόσφατα (~2003) με την x86-64 αρχιτεκτονική 64-bit επεξεργαστές επικρατούν.
• Μέλλον: 128-bit επεξεργαστές;

Παραλληλισμός σε Επίπεδο Εντολών

• Control-level parallelism ή Παραλληλισμός Ελέγχου: Εφαρμογή διαφορετικών πράξεων σε διαφορετικά δεδομένα ταυτόχρονα. Γνωστός και ως σωλήνωση (pipelining).

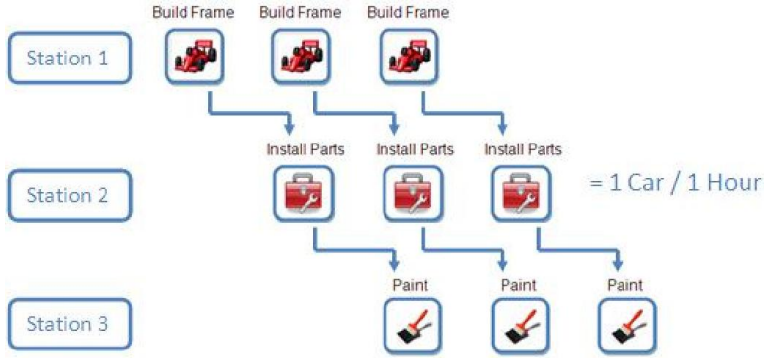
• Κατάλληλος για MIMD συστήματα.

• Θεωρούμε ένα πρόβλημα ως σύνολο από διαφορετικές διεργασίες όπου η καθεμία μπορεί να ανατεθεί σε διαφορετικό επεξεργαστή.

Παραδείγματα:

• Προσομοίωση ενός οικοσυστήματος: διαφορετικά είδη ζώων, φυτών, καιρός, κλπ. Κάθε υποσύστημα ανατίθεται σε διαφορετικό επεξεργαστή.

• Μοντελοποίηση αυτοκινήτου: τα διαφορετικά μέρη (μηχανή, σύστημα ψύξης, σύστημα θέρμανσης, κλπ.) κατανέμονται σε διαφορετικούς επεξεργαστές.



Παραλληλισμός σε Επίπεδο Δεδομένων

• Data-level parallelism: Εφαρμογή ίδιων πράξεων σε διαφορετικά δεδομένα ταυτόχρονα. Η ίδια διαδικασία εκτελείται σε πολλά δεδομένα ταυτόχρονα.

• Αναφέρεται και ως Κατάτμηση Χωρίου (Domain Decomposition).

• Κατάλληλος για SIMD και MIMD συστήματα.

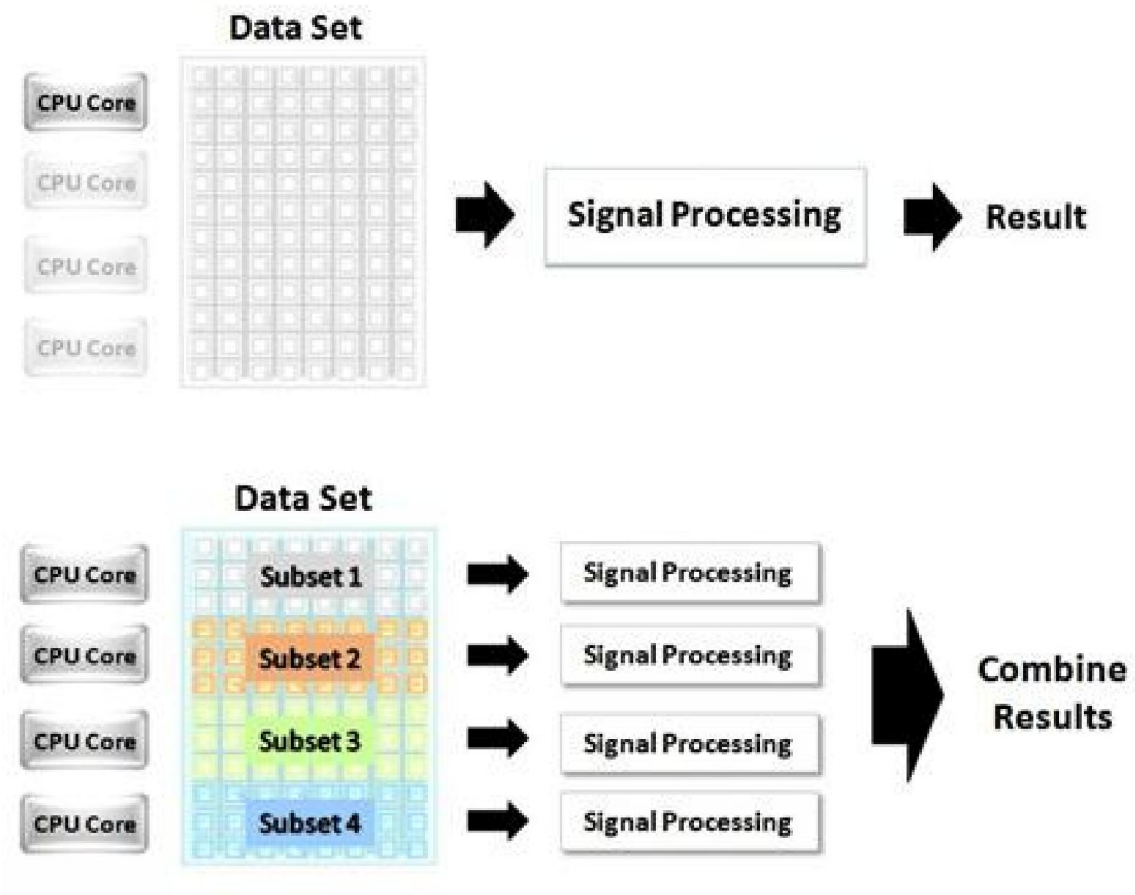
• Διαφορετικές περιοχές του χώρου ανατίθενται σε διαφορετικούς επεξεργαστές.

Παραδείγματα:

• Κατανομή ενός πίνακα σε διαφορετικούς επεξεργαστές.
• Μοριακή Προσομοίωση: διαφορετικά μέρη του χωρίου κατανέμονται σε διαφορετικούς επεξεργαστές.
• Αναζήτηση στοιχείων σε μια βάση δεδομένων.
• … πολλά άλλα.

Παραλληλισμός σε Επίπεδο Δεδομένων

• Domain Decomposition : Ο πιο διαδεδομένος τρόπος παραλληλισμού πολύπλοκων επιστημονικών προβλημάτων.



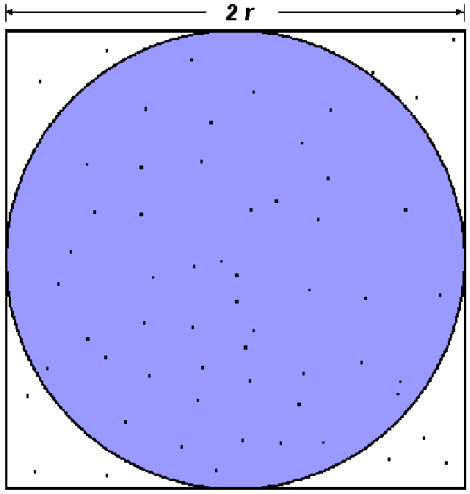
Παράδειγμα: Υπολογισμός του Αριθμού π

Υπολογισμός του αριθμού π με την ακόλουθη μέθοδο:

- Περικλείουμε κύκλο με ένα τετράγωνο. Δημιουργούμε *m* τυχαία σημεία μέσα στο τετράγωνο.

- Βρίσκουμε τα σημεία που εμπεριέχονται και μέσα στον κύκλο, *n*.

- Αν $r = n/m$, τότε ο αριθμός π προσεγγίζεται ως $\pi \approx 4r$. Όσο περισσότερα τα σημεία *m* τόσο μεγαλύτερη ακρίβεια του υπολογισμού.



$$A_S = (2r)^2 = 4r^2$$
$$A_C = \pi r^2$$
$$\pi = 4 \times \frac{A_C}{A_S}$$

Υπολογισμός του Αριθμού π

Σειριακός αλγόριθμος:

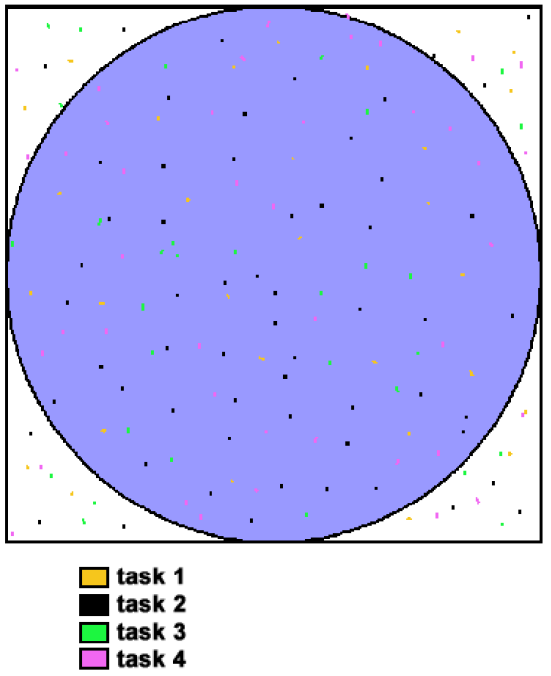
```
npoints = 1000000
circle_count = 0
do j = 1, npoints
      generate 2 random numbers between 0 and 1
      xcoordinate = random1
      ycoordinate = random2
      if (xcoordinate, ycoordinate) inside circle then
        circle_count = circle_count + 1
 end do
 PI = 4.0*circle_count/npoints
```

- Ο χρόνος υπολογισμού είναι κυρίως ο χρόνος εκτέλεσης της επαναληπτικής διαδικασίας (loop).
- Αυτό οδηγεί σε (σχεδόν) 'τέλειο παραλληλισμό' (**embarrassingly parallelism**):
  - Εντατικοί υπολογισμοί.
  - Ελάχιστη επικοινωνία, ελάχιστο I/O.

Υπολογισμός του π: Παραλληλισμός Δεδομένων

Ο παραλληλισμός αυτού του αλγόριθμου μπορεί να γίνει σε επίπεδο δεδομένων: αναθέτουμε σε κάθε επεξεργαστή μέρος της επαναληπτικής διαδικασίας.

- Κάθε επεξεργαστής εκτελεί το δικό του μέρος (task) του loop.
- Δεν χρειάζεται επικοινωνία μεταξύ των επεξεργαστών κατά τη διάρκεια εκτέλεσης της επαναληπτικής διαδικασίας.
- Χρησιμοποιούμε το μοντέλο «αφέντη/εργάτη» (master/slave).



Υπολογισμός του π: Παραλληλισμός Δεδομένων

Παράλληλος αλγόριθμος (με κόκκινο οι αλλαγές):

```
npoints = 1000000
circle_count = 0
p = number of tasks
num = npoints/p
do j = 1, num
      generate 2 random numbers between 0 and 1
      xcoordinate = random1
      ycoordinate = random2
      if (xcoordinate, ycoordinate) inside circle then circle_count = circle_count + 1
end do
find out if I am MASTER or WORKER
if I am MASTER receive from WORKERS their circle_counts
      compute PI (use MASTER and WORKER calculations)
else if I am WORKER
      send to MASTER circle_count
end if
```

Παράδειγμα: 'Το Κόσκινο του Ερατοσθένη'

Αλγόριθμος εύρεσης πρώτων αριθμών (Sieve of Eratosthenes)

• Έστω ότι ζητάμε όλους τους πρώτους αριθμούς έως n. Ο αλγόριθμος προχωράει ως εξής:

➢Ξεκινάμε με τον αριθμό 2. Αποκλείουμε-διαγράφουμε όλα τα πολλαπλάσιά του ως n.
➢Ο επόμενος πρώτος μη-διαγραμμένος αριθμός είναι πρώτος.
➢Συνεχίζουμε με τον επόμενο πρώτο μη-διαγραμμένο αριθμό (το 3) και αποκλείουμε όλα τα πολ/σια του.
➢Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία ως να φτάσουμε τον αριθμό n. Με τη διαδικασία αυτή βρίσκουμε όλα και λιγότερους αριθμούς προς διαγραφή. Όσοι απομένουν είναι οι πρώτοι αριθμοί.

• Δεν χρειάζεται να ελέγξουμε ως τον αριθμό n αλλά τον $n^{1/2}$. Γιατί;

Σειριακή εκτέλεση – Βασικά επαναλαμβανόμενα βήματα:

(α) Βρίσκουμε τον επόμενο πρώτο.
(β) Διαγράφουμε από την λίστα όλα τα πολλαπλάσιά του.

‘Το Κόσκινο του Ερατοσθένη’: Παραλληλισμός Ελέγχου

Sieve of Eratosthenes – A control parallel approach

• Κάθε επεξεργαστής δουλεύει (εκτελεί τα βήματα (α), (β)) σε διαφορετικό πρώτο αριθμό.

• Προβλήματα:

1. Σε ασύγχρονη επικοινωνία δύο επεξεργαστές μπορεί να δουλεύουν στον ίδιο πρώτο.
2. Μπορεί να εκτελούνται πράξεις που δεν χρειάζονται, π.χ. ο P1 βρίσκει αλλά δεν προλαβαίνει να διαγράψει τα πολ/σια του 2 ενώ ο P2 αφού τελειώνει με τον 3 βρίσκει ως επόμενο μη-διαγραμμένο αριθμό το 4!

Χρόνος Υπολογισμού:

• Έστω ότι ο χρόνος υπολογισμού είναι μόνο ο χρόνος υπολογισμού πολ/σιων και διαγραφής-μαρκαρίσματος κάθε κελιού.

• Έστω n ακέραιοι αριθμοί με κ πρώτους (π_1, π_2, … π_κ). Ο αριθμός των πράξεων (υπολογισμού πολ/σίων) είναι:

$$N_\pi = \left(\frac{n+1-\pi_1^2}{\pi_1}\right) + \left(\frac{n+1-\pi_2^2}{\pi_2}\right) + \ldots + \left(\frac{n+1-\pi_k^2}{\pi_k}\right) = N_1 + N_2 + \ldots + N_{\pi_k}$$

'Το Κόσκινο του Ερατοσθένη': Παραλληλισμός Ελέγχου

Χρόνος Υπολογισμού

• Έστω t_0 ο χρόνος 'μαρκαρίσματος' κάθε κελιού. Τότε ο σειριακός χρόνος εκτέλεσης είναι:

$$T_S = N_\pi t_0$$

Μέγιστη παράλληλη επιτάχυνση: Όταν στέλνουμε όλους τους πρώτους σε διαφορετικούς επεξεργαστές. Τότε ο χρόνος υπολογισμού αντιστοιχεί στους (περισσότερους) υπολογισμούς του αριθμού 2.

$$T_P^{\max} \equiv \lim_{P\to\infty} T_P = \left(\frac{n-3}{2}\right) t_0$$

• **Παράδειγμα:** Έστω n=1000. Τότε N_π=1411 και

$$S_{\max} = \frac{1411}{499} \cong 2.83$$

‘Το Κόσκινο του Ερατοσθένη’: Παραλληλισμός Δεδομένων

Sieve of Eratosthenes – A data parallel approach

• Όλοι οι επεξεργαστές δουλεύουν (εκτελούν τα βήματα (α), (β)) στον ίδιο πρώτο αριθμό.

• Έστω n ακέραιοι και σύστημα με P επεξεργαστές. Αναθέτουμε σε κάθε επεξεργαστή n/P ακέραιους. Θεωρούμε επίσης ότι $P<<n^{1/2}$.

• Για σύστημα με κοινή μνήμη δεν υπάρχει κόστος επικοινωνίας.

• Για σύστημα με κατανεμημένη μνήμη υπάρχει κόστος επικοινωνίας.

Αλγόριθμος:

- Όλοι οι πρώτοι αριθμοί είναι στον $P1$. Ο $P1$ βρίσκει τον επόμενο πρώτο, π_κ, και στέλνει την τιμή του στους άλλους επεξεργαστές.
- Κατόπιν όλοι οι επεξεργαστές βρίσκουν πολλαπλάσια του π_κ στο δικό τους υποσύνολο των n αριθμών.
- Η διαδικασία συνεχίζεται ως ότου ο $P1$ βρει πρώτο αριθμό $> n^{1/2}$.

‘Το Κόσκινο του Ερατοσθένη’: Παραλληλισμός Δεδομένων

Χρόνος Εκτέλεσης: Ο χρόνος εκτέλεσης του αλγόριθμου είναι ο χρόνος υπολογισμού (διαγραφής-μαρκαρίσματος κάθε κελιού) και ο χρόνος επικοινωνίας.

• **Χρόνος Υπολογισμού**: Ο χρόνος υπολογισμού, θεωρώντας t_0 το χρόνο ‘μαρκαρίσματος’ ενός κελιού, είναι:

$$T_{comp} = \left[\left(\frac{n/P}{\pi_1} \right) + \left(\frac{n/P}{\pi_2} \right) + \ldots + \left(\frac{n/P}{\pi_k} \right) \right] t_0$$

• **Επικοινωνία:** ο $P1$ στέλνει κάθε πρώτο αριθμό σε $(P\text{-}1)$ άλλους επεξεργαστές. Αν λ είναι ο χρόνος που χρειάζεται να στείλουμε έναν αριθμό, τότε ο συνολικός χρόνος επικοινωνίας για κ πρώτους αριθμούς είναι:

$$T_{comm} = k(P-1)\lambda$$

Προσοχή: ο χρόνος υπολογισμού μειώνεται όσο αυξάνει ο αριθμός των επεξεργαστών ενώ ο χρόνος επικοινωνίας αυξάνει.

Σχεδιασμός Παράλληλων Αλγορίθμων

Στόχος: ο σχεδιασμός και ο προγραμματισμός του βέλτιστου δυνατού παράλληλου αλγόριθμου.

• Πρώτο βήμα είναι πάντα η κατανόηση του προβλήματος και του σειριακού κώδικα, αν υπάρχει.

• Επιθυμητά χαρακτηριστικά: Η ελάχιστη δυνατή επικοινωνία, Επεκτασιμότητα, Τοπικότητα, Επιμεριστικότητα.

• **Γενικές προσεγγίσεις:**

-- Επιμερισμός εντολών-διεργασιών → Παραλληλισμός Ελέγχου

-- Επιμερισμός χωρίου → Παραλληλισμός Δεδομένων

• Πρέπει να λάβουμε υπ'όψιν:

-- Αριθμό διεργασιών – αριθμό επεξεργαστών.

-- Διεργασίες συγκρίσιμου μεγέθους.

-- Πως αλλάζει το μέγεθος και ο αριθμός των διεργασιών με το μέγεθος του προβλήματος.

• **Βασική Ερώτηση:** Είναι ο παράλληλος αλγόριθμος μοναδικός; Αν όχι ποιες είναι οι εναλλακτικές λύσεις.

Σχεδιασμός Παράλληλων Αλγορίθμων

Επικοινωνία μεταξύ των επεξεργαστών:

• Εκτίμηση του κόστους επικοινωνίας: της αλληλεξάρτησης μεταξύ των διεργασιών.

• Σχεδιασμός της επικοινωνίας μεταξύ των διεργασιών: Πότε, Πως, Που και Τι θα σταλεί-ληφθεί.

• Διαγράμματα επικοινωνίας-μεταφοράς δεδομένων.

• Όγκος των μεταφερόμενων πληροφοριών μεταξύ των επεξεργαστών.

• Καθορισμός του τρόπου επικοινωνίας: blocking vs. non-blocking.

• Τύποι επικοινωνίας:
  -- Τοπικά/Καθολικά.
  -- Δομημένα/Μη Δομημένα.
  -- Στατικά/Δυναμικά.
  -- Συγχρονισμένα/Ασύγχρονα.

Τύποι-Σχήματα Επικοινωνίας

- **Τοπική:** η επικοινωνία επικεντρώνεται μεταξύ μικρού αριθμού διεργασιών.
- **Καθολική:** κάθε διεργασία επικοινωνεί με μεγάλο αριθμό διεργασιών.
- **Δομημένη:** η επικοινωνία ακολουθεί κάποια συγκεκριμένη δομή-τοπολογία, π.χ. δομή δέντρου, αστεριού, κλπ.
- **Μη Δομημένη:** η επικοινωνία δεν ακολουθεί κάποια συγκεκριμένη δομή-τοπολογία.
- **Στατική:** η επικοινωνία είναι σταθερή κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του προγράμματος.
- **Δυναμική:** η επικοινωνία αλλάζει κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του προγράμματος.
- **Συγχρονισμένη:** η αποστολή και λήψη των πληροφοριών-δεδομένων γίνεται ταυτόχρονα.
- **Ασύγχρονη:** η αποστολή και λήψη των πληροφοριών-δεδομένων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Σχεδίαση Επικοινωνίας

Βασικές ερωτήσεις που τίθενται στη σχεδίαση της επικοινωνίας:

• Εκτελούν όλες οι διεργασίες ίδιας τάξης αριθμό εντολών επικοινωνίας;

• Υπάρχει διεργασία που επικοινωνεί με πολλές από (ή όλες) τις άλλες διεργασίες; Υπάρχει κίνδυνος συμφόρησης επικοινωνίας (bottleneck);

• Ποιος είναι ο βαθμός τοπικότητας του σχήματος επικοινωνίας;

• Είναι δυνατόν οι υπολογισμοί να γίνονται ταυτόχρονα με την επικοινωνία;

• Μπορούν πολλές διεργασίες να εκτελούνται ταυτόχρονα;

Βιβλιογραφία

- *Parallel Programming,* B. Wilkinson, M. Allen, Prentice Hall, 2nd Ed. 2005.
- *Designing and Building Parallel Programs*, Ian Foster, Addison-Wesley 1994.
- *Parallel Computing: Theory and Practice*, M. J. Quinn, McGraw-Hill, 1994.
- http://en.wikipedia.org/wiki/Sieve_of_Eratosthenes
- *Parallel Scientific Computing in C++ and MPI*, G. Karniadakis and R.M. Kirby II, Cambridge, 2003.