Τετάρτη 14/11/2012

Αποπληθωριστής (b)

(Το κόστος είναι συνάρτηση του χρόνου t : $c_t(x, \alpha)$)

Αν ο ετήσιος πληθωρισμός είναι τ, η σημερινή αξία ενός ποσού: $1€$, που θα πληρωθεί μετά από ένα έτος, είναι $\frac{1}{1+\tau} =: b < 1$

Με τον αποπληθωριστή b κάνουμε αναγωγή των τιμών που πληρώσαμε σε ύστερες περιόδους στην αρχή της πρώτης περιόδου.

Αν θέλουμε το ελάχιστο/μέγιστο κόστος/κέρδος να είναι μετ. φρασμένο στη σημερινή του αξία, έχουμε:

$$v(t,x) = \min_{\alpha}/\max \{ c_t(x,\alpha) + \underbrace{v(t+1, \bar{\alpha}(x)) b}_{} \}$$

η αξία ενός ποσού $v(t+1, \bar{\alpha}(x))$ σε € κατά τη χρονική περίοδο t που θα πληρωθεί όμως τη χρονική περίοδο $t+1$.

Παρατήρηση

η αξία x ευρώ μετά από n χρόνια $= x b^n$.

π.χ

Ένας αγροτικός συνεταιρισμός σχεδιάζει να επεκτείνει την αποθήκη του κατά τα επόμενα 3 χρόνια.

Κάθε χρόνο έχει την επιλογή της επέκτασης ή όχι κατά ένα όροφο.

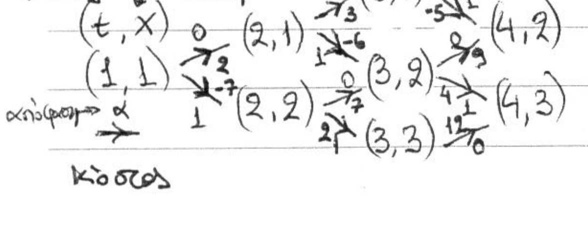
Επίσης, max αριθμός ορόφων = 3.

Άμεσο κέρδος $= -c_t(x, \alpha)$

Κατάσταση του προβλήματος είναι ο αριθμός των ορόφων

Απόφαση: 0, διατήρηση ή 1, επέκταση.

Άμεσο κέρδος:



Δυναμική: $x_{t+1} = \begin{cases} x_t, & \alpha=0 \\ x_t+1, & \alpha=1 \end{cases}$, $x_t < 3$

$$x_{t+1} = x_t \quad , \text{αν } x_t = 3.$$

Πληθωρισμός $= \frac{1}{3}$

Έστω $V(t,x)$ το μέγιστο συνολικό αποπληθωρισμένο (μεταφρασμένο σε σημερινή αξία) κέρδος για τα έτη $t, t+1, \ldots, 3$, όταν στην αρχή του έτους t, η χωρητικότητα της αποθήκης είναι x επίπεδα.

$$V(t,x) = \max_{\alpha} \{ C_t(x,\alpha) + V(t+1, \bar{\alpha}(x)) \cdot b \}.$$

$\bar{\alpha}(x)$: Επόμενη της x κατάσταση αν πάρω την απόφαση α.

$$V(t,x) = \max \{ \underbrace{C_t(x,0) + b V(t+1, \bar{\alpha}(x))}_{\text{για } \alpha=0}, \underbrace{C_t(x,1) + b V(t+1, \bar{\alpha}(x))}_{\text{για } \alpha=1} \}.$$

για $t = 1,2,3$, $x = 1,2$

$V(4,x) = 0, 4, 8$, αντίστοιχα για $x = 1,2,3$ επίπεδα

για $x = 1,2$ έχουμε:

$$V(t,x) = \max \{ C_t(x,0) + b V(t+1,x), C_t(x,1) + b V(t+1, x+1) \}.$$

για $x=3$ έχουμε:

$$V(t,x) = C_t(x,0) + b V(t+1,x)$$

ψάχνω το $V(1,1)$.

Κατασκευάζω τον παρακάτω πίνακα κ' ξεκινώ από το τέλος.

$$b = \frac{1}{1+r} = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

t	x	α	$C_t(\alpha,x)$	$\bar{\alpha}(x)$	$V(t,x)$
4	1				0
	2				4
	3				8
3	1	0	4	1	$4+\frac{3}{4}\cdot 0=4$ * ← max
		1	-5	2	$-5+\frac{3}{4}\cdot 4=-2$
	2	0	9	2	
		1	4	3	
	3	0	12	3	

βλ. συνέχεια στο βιβλίο.

Η ιδέα του προβλήματος είναι ότι ο πληθωρισμός δεν ευνοεί τις επενδύσεις, όπως στο τέλος, θα καταλήξουμε ότι το μέγιστο κέρδος επιτυγχάνεται αν δε χτιστεί κανένας επιπλέον όροφος.

<u>Θεωρία Ελέγχου Αποθεμάτων</u>

Παραγωγή προϊόντων για κάλυψη της ζήτησης με την ελάχιστη δυνατή αποθήκευση

<u>Δεδομένα του προβλήματος:</u>

1) N χρόνια
2) Συνάρτηση ζήτησης d_t, $t=1,..,N$
3) Συνάρτηση κόστους παραγωγής $K_t(\alpha)$, $\alpha=1,\dots,m$, m: μέγιστη παραγωγή.
4) Συνάρτηση κόστους αποθήκευσης h_t ανά μονάδα
5) Χωρητικότητα της αποθήκης M.

1. Καταστάσεις / Αποφάσεις

Κατάσταση : Στάθμη αποθέματος x_t

Απόφαση : Παραγωγή α_t μονάδων προϊόντος στην αρχή της χρονικής περιόδου t.

2. Δυναμική

$$x_{t+1} = x_t + \alpha_t - d_t$$

όπου : $0 \leq \alpha_t \leq m$, $0 \leq x_{t+1} \leq M$

3. Κόστος

$$C_t(x_t, \alpha) = k_t(\alpha_t) + h_t(x_t + \alpha_t - d_t)$$

τερματικό κόστος : $\hat{C}(x_{N+1}) = \begin{cases} 0, & \text{αν } x_{N+1} = \text{τελική επιθυμητή στάθμη αποθέματος} \\ k, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

(δεδομένο του προβλήματος)

Οπότε,

$v(t,x)$: ελάχιστο κόστος παραγωγής κ' αποθήκευσης από τη χρονική περίοδο t έως το τέλος της περιόδου N όταν $x_t = x$.

Στόχος μας είναι να βρούμε το $v(1,x)$.

$$v(t,x) = \min_{\alpha_t} \{ \underbrace{k_t(\alpha_t) + h_t(x+\alpha_t-d_t)}_{= C_t(x_t,\alpha_t)} + v(t+1, \underbrace{x+\alpha_t-d_t}_{\text{νέα κατάσταση μετά το } x}) \}$$

$\alpha_t \in D_t(x) \subseteq \mathbb{R}$, $D_t(x) =$