Δευτέρα 12/11/2012

Αποτελέσματα προόδου

βαθμός:	<5	5-6	7-8
	83	16	5

Λύσεις των θεμάτων - Α΄ ομάδα

Θέμα 2ο

$$\begin{cases} \min(-x_1-4x_2-3x_3) \\ 2x_1+2x_2+x_3 \le 4 \\ x_1+2x_2+2x_3 \le 6 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\max(x_1+4x_2+3x_3) \\ 2x_1+2x_2+x_3+x_4 = 4 \\ x_1+2x_2+2x_3+x_5 = 6 \\ x_1, \dots, x_5 \ge 0. \end{cases}$$

			1	4	3	0	0		
B	C_B	b	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	θ	
P_4	0	4	2	$\boxed{2}$	1	1	0	2	←
P_5	0	6	1	2	2	0	1	3	
			-1	-4	-3	0	0		
				↑					

B	C_B	b	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	θ	
P_2	4	2	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	4	
P_5	0	2	-1	0	$\boxed{1}$	-1	1	2	←
		8	3	0	-1	2	0		
					↑				

B	C_B	b	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_2	4	1	$\frac{3}{2}$	1	0	0	$-\frac{1}{2}$
P_3	3	2	-1	0	1	-1	1
		10	2	0	0	1	1

$\underbrace{2 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 1}_{\ge 0}$

τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης = -10.

$x_{\text{άριστη}} = (0, 1, 2, 0, 0)$

Δυϊκό : $-\min(\lambda^T b)$

$$\lambda^T A \geq c^T$$

$$(\lambda_1\ \lambda_2)\begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix} \geq (1\ 4\ 3)$$

$$2\lambda_1 + \lambda_2 \geq 1$$
$$2\lambda_1 + 2\lambda_2 \geq 4$$
$$\lambda_1 + 2\lambda_2 \geq 3$$

	$B^{-1}A$
	$c_B B^{-1}A - c^T$

Άριστη λύση του δυϊκού : $\lambda^T = c_B B^{-1}$

από τον πίνακα simplex : $(2\ 0\ 0\ 1\ 1) = \lambda^T A - c^T = (\lambda^T \tilde{A} \mid \lambda^T I) - c^T$

$$= (\ldots\ \lambda_1\ \lambda_2) - (1\ 4\ 3\ 0\ 0)$$

$$\Rightarrow \lambda = (\lambda_1\ \lambda_2) = (1\ 1)$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix}$$

<u>Θέμα 6</u>

$B = \{P_1, \ldots, P_m\}$ $\quad A = [P_1, \ldots, P_m, P_{m+1}, \ldots, P_n]$

$\uparrow i^*$ $\qquad\qquad \uparrow P_j$

$P_j = x_{1j}P_1 + \ldots + x_{mj}P_m \ , \ \forall j.$ (1)

α) $B' = \{P_1, \ldots, P_{i^*-1}, P_{j^*}, P_{i^*+1}, \ldots, P_m\}$ — $x_{i^*j^*} \neq 0$

(1) $\Rightarrow P_{j^*} = x_{1j^*}P_1 + \ldots + x_{i^*j^*}P_{i^*} + \ldots + x_{mj^*}P_m$

$$P_{i^*} = -\frac{1}{x_{i^*j^*}} \sum_{i \neq j^*} x_{ij^*}P_i + P_{j^*}\frac{1}{x_{i^*j^*}} \qquad (2)$$

Αντικαθιστώ τη (2) στην (1) κι έχω:

$$P_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq i^*}}^{m} x_{ij} P_i + x_{i^*j} P_{i^*} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq i^*}}^{m} \left(x_{ij} - \frac{x_{i^*j}}{x_{i^*j^*}} x_{ij^*} \right) P_i + \frac{x_{i^*j}}{x_{i^*j^*}} P_{j^*}$$

Θέμα 3ο (Β' ομάδας)

$$\begin{cases} \max(4x_1 + 6x_2 + 3x_3) \\ -4x_2 + \alpha x_3 \geq 3 \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \max(4x_1 + 6x_2 + 3x_3) \\ 4x_2 - \alpha x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

			4	6	3	0
B	C_B	b	P_1	P_2	P_3	P_4
P_4	0	-3	0	4	$-\alpha$	1
P_1	4	4	1	5	2	0
			0	14	5	0

$\leftarrow b = -3 < 0$

$$\min\left\{ \left| \frac{z_k - c_k}{x_{ik}} \right| \right\}$$

1. Αν $\alpha \leq 0$ τότε δεν έχουμε εφικτή λύση.
2. Αν $\alpha > 0$ τότε $-\alpha$ πιλότος

B	C_B	b	P_1	P_2	P_3	P_4
		$\frac{3}{\alpha}$	0	$-\frac{4}{\alpha}$	1	$-\frac{1}{\alpha}$
		$4-\frac{6}{\alpha}$	1	$\frac{6}{\alpha}+5$	0	$\frac{2}{\alpha}$

≥ 0

2α. Αν $-\frac{6}{\alpha}+4 \geq 0 \Leftrightarrow \alpha \geq \frac{3}{2}$ έχω λύση.

2b. Αν $4-\frac{6}{\alpha} < 0 \Rightarrow$ δεν έχω εφικτή λύση, διότι $1, \frac{6}{\alpha}+5, \frac{2}{\alpha}, 0 \geq 0$.