ΤΕΜ-101 Εισαγωγή στους Ηλεκτρονικούς Υπολογιστές
3η Εργαστηριακή Άσκηση

Ημερομηνία Παράδοσης **10 Ιανουαρίου 2011**

Η τρίτη εργαστηριακή άσκηση αποτελείται από τρία μέρη με βαρύτητα 35%, 30%, 35%, αντίστοιχα. Θα πρέπει να στείλετε τις λύσεις σας με ηλεκτρονικό ταχυδρομείο στη διεύθυνση `tem101lab@gmail.com` το αργότερο μέχρι τη Δευτέρα 10 Ιανουαρίου 2011, 21:00. Το μήνυνά σας θα πρέπει να έχει τους κώδικες των τριών προγραμμάτων ως συνημμένα αρχεία.
Δείξτε τη δικιά σας δουλειά. Εργασίες που είναι προϊόντα αντιγραφής θα μηδενιστούν. Για τυχόν ερωτήσεις ή διευκρινήσεις για την άσκηση μην διστάσετε να στείλετε e-mail.

1ο μέρος, 35/100. Όλοι θυμόμαστε πως να πολλαπλασιάσουμε δύο αριθμούς με το χέρι. Για παράδειγμα, το γινόμενο του 325 με το 4409 υπολογίζεται ως εξής:

```
    325
  x4409
  -----
   2925
     0
 1300
1300
-------
1432925
```

Σε αυτή την εργαστηριακή άσκηση θα γράψουμε ένα πρόγραμμα το οποίο διαβάζει δύο θετικούς ακεραίους m και n και τυπώνει τα βήματα του αλγορίθμου υπολογισμού του γινομένου τους, όπως ακριβώς στο παραπάνω παράδειγμα. Υποθέτουμε, βεβαίως, ότι το γινόμενο των δύο αριθμών δεν υπερβαίνει το μεγαλύτερο ακέραιο αριθμό που μπορεί να αναπαρασταθεί στους υπολογιστές του εργαστηρίου, δηλαδή τον 2 147 483 647. Για την άσκηση αυτή θα σας φανεί χρήσιμο να γράψετε τη συνάρτηση `int ndigits(int num)` η οποία επιστρέφει το πλήθος των ψηφίων του ορίσματος `num`. Ονομάστε το πρόγραμμα που θα παραδώσετε `ea3xxxx01.c`, όπου `xxxx` είναι ο αριθμός μητρώου σας.

2ο μέρος, 30/100. Γράψτε τη συνάρτηση `int isPrime(int n)` η οποία επιστρέφει ένα αν το όρισμά της `n` είναι πρώτος αριθμός, μηδέν διαφορετικά. Θυμηθείτε ότι ένας αριθμός είναι πρώτος αν διαρείται μόνο με τον εαυτό του και το ένα. Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση `isPrime` γράψτε ένα πρόγραμμα το οποίο τυπώνει το πλήθος των πρώτων αριθμών στα διαστήματα $[10001, 11000], [11001, 12000], \ldots, [49001, 50000]$ σε μορφή ιστογράμματος, όπως στο παρακάτω παράδειγμα:

```
...
20001-21000 | ********** 98
21001-22000 | ************* 104
22001-23000 | *********** 100
...
```

Όπως βλέπετε, πρώτα τυπώνεται το διάστημα, μια κάθετη γραμμή, ένας αριθμός απο χαρακτήρες '$*$' και τέλος το πλήθος των πρώτων αριθμών στο συγκεκριμένο διάστημα. Ο αριθμός των χαρακτήρων '$*$' που πρέπει να τυπωθούν υπολογίζεται ως εξής: Για το διάστημα ή διαστήματα με το μεγαλύτερο πλήθος πρώτων αριθμών τυπώνονται 40 χαρακτήρες '$*$'. Ο αριθμός των χαρακτήρων '$*$' για τα υπόλοιπα διαστήματα υπολογίζεται αναλογικά. Ονομάστε το πρόγραμμα που θα παραδώσετε `ea3xxxx02.c`, όπου `xxxx` είναι ο αριθμός μητρώου σας.

3ο μέρος, 35/100. Γνωρίζουμε από το μάθημα του απειροστικού λογισμού ότι το εμβαδόν που περικλείεται από το γράφημα μιας μη αρνητικής συνάρτησης $f(x)$, την ευθεία $y = 0$ και τις $x = a$, $x = b$, όπου $a < b$, ισούται με το ολοκλήρωμα της f στο διάστημα $[a, b]$. Επειδή ακόμα και για σχετικά απλές συναρτήσεις ο υπολογισμός του ορισμένου ολοκληρώματος είναι δύσκολος ή ακόμα και αδύνατος, καταφεύγει κανείς σε υπολογιστικές μεθόδους. Μια μέθοδος για τον αριθμητικό υπολογισμό ολοκληρωμάτων είναι η λεγόμενη *μέθοδος του τραπεζίου*, δηλαδή

$$I = \int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2}\,[f(a) + f(b)] \tag{1}$$

Το όνομα της μεθόδου, δικαιολογείται από το γεγονός ότι προσεγγίζουμε το εμβαδό I με το εμβαδό ενός τραπεζίου το οποίο έχει ύψος $b - a$ και μήκη βάσεων $f(a)$, αντίστοιχα, $f(b)$. Είναι λογικό να σκεφτεί κανείς ότι η ακρίβεια της συγκεκριμένης μεθόδου υπολογισμού ολοκληρωμάτων μπορεί να βελτιωθεί αν, για παράδειγμα, χωρίσουμε το διάστημα $[a, b]$ σε μικρότερα υποδιαστήματα και εφαρμόσουμε σε κάθε ένα από αυτά τη μέθοδο του τραπεζίου. Έστω λοιπόν ότι χωρίζουμε το διάστημα $[a, b]$ σε 2 υποδιαστήματα, μήκους $h = (b-a)/2$. Είναι εύκολο να δεί κανείς ότι η εφαρμογή του κανόνα του τραπεζίου στα δύο αυτά υποδιαστήματα οδηγεί στην προσέγγιση

$$I = \int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{4}\left[f(a) + 2f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right] \tag{2}$$

Σε αυτή την εργαστηριακή άσκηση θα προσεγγίσουμε το ολοκλήρωμα

$$I = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx,$$

του οποίου η ακριβής τιμή είναι $\pi/4$, χρησιμοποιώντας τους τύπους (1) και (2). Γράψτε κατ' αρχήν τη συνάρτηση `double f(double x)` η οποία υπολογίζει τη συνάρτηση $1/(1+x^2)$. Στη συνέχεια υπολογίστε το σφάλμα της κάθε μεθόδου, δηλαδή την απόλυτη τιμή της διαφοράς μεταξύ της ακριβούς τιμής του ολοκλήρωματος και της προσέγγισής του, είτε από την σχέση (1) είτε από την σχέση (2). Χρησιμοποιείστε $\pi \approx 3.14159265$. Θα χρειαστείτε επίσης τη συνάρτηση `fabs()` από το αρχείο–επικεφαλίδα `math.h` η οποία υπολογίζει την απόλυτη τιμή του ορίσματός της. Ονομάστε το πρόγραμμα που θα παραδώσετε `ea3xxxx03.c`, όπου `xxxx` είναι ο αριθμός μητρώου σας. Για να συνδέσετε το πρόγραμμά σας με την μαθηματική βιβλιοθήκη, χρησιμοποιείστε την εντολή μεταγλώττισης `gcc -o myprog myprog.c -lm`.