

ΘΕΩΡΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ  
ΤΕΣΤ - 7-Μαΐου-2008

1. (3 μον.) Διαθέτουμε άπειρη προμήθεια από νομίσματα αξίας  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Μπορούμε να σχηματίσουμε ρέστα αξίας  $v$  χρησιμοποιώντας το πολύ  $k$  από αυτά; Προτείνετε αλγόριθμο δυναμικού προγραμματισμού που λύνει το πιο πάνω πρόβλημα. Ποιά η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου σας;
2. (3 μον.) Περιγράψτε έναν αλγόριθμο χρόνου  $O(n)$  που να δέχεται ως είσοδο ένα σύνολο  $S$ ,  $n$  διαφορετικών αριθμών και ένα θετικό ακέραιο  $k \leq n$  και να προσδιορίζει τους  $k$  αριθμούς του  $S$  οι οποίοι είναι πλησιέστεροι προς τον διάμεσο του  $S$ .
3. (4 μον.) Ποιά τα βασικά χαρακτηριστικά που θα πρέπει να διαθέτει ένα πρόγραμμα βελτιστοποίησης ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί η μέθοδος του δυναμικού προγραμματισμού; Ποιά τα βασικά χαρακτηριστικά που θα πρέπει να διαθέτει ένα πρόγραμμα βελτιστοποίησης ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί η άπληστη στρατηγική;

1. Έστω  $K(w)$  ο ελάχιστος απαιτούμενος αριθμός κομμάτιων για μέγιστη αξία  $w$ . Το  $w$  μπορεί να πάρει τιμές 0 έως  $V$

$$\text{Ισχύει ότι } K(w) = \min_{\forall x_i} \{ K(w - x_i) + 1 \} \quad (1)$$

Από (1) βρίσκω  $K(V)$  αν  $K(V) \leq k$  τότε υπάρχει λύση στο πρόβλημα αν  $K(V) > k$  δεν υπάρχει.

Η πολυπλοκότητα είναι το γινόμενο του αριθμού των υποπροβλημάτων επί τον αριθμό των επιλογών για κάθε υποπρόβλημα, δηλ.  $O(n \cdot v)$

2. Βρίσκω το διάμετρο  $m$  σε χρόνο το πολύ  $O(m)$  και κατασκευάζω ένα σύνολο  $S' = \{s - m \mid s \in S\}$ . Στην συνέχεια βρίσκω τα  $k$  μικρότερα στοιχεία του  $S'$  από τα οποία βρίσκω τα  $k$  πλησιέστερα προς τον διάμετρο του  $S$ . Όλα τα πιο πάνω γίνονται σε χρόνο  $O(m)$ .

3. Βιβλίο σελ. 339 ή σελ. 382