

ΘΕΩΡΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ
ΤΕΣΤ - 7-Απρ-2008

1. (2 μον.) Ποιό είναι το ελάχιστο και το μέγιστο πλήθος στοιχείων σε έναν σωρό ύψους h ;
2. (1.5 μον.) Είναι ο πίνακας $A = \langle 15, 13, 9, 5, 12, 8, 7, 4, 0, 6, 2, 1 \rangle$ σωρός μεγίστου;
3. (1.5 μον.) Ποιός είναι ο χρόνος εκτέλεσης της ταχυταξινόμησης όταν όλα τα στοιχεία του πίνακα A έχουν την ίδια τιμή;
4. (3 μον.) Υποθέστε ότι οι διαχωρισμοί σε κάθε επίπεδο της ταχυταξινόμησης γίνονται με αναλογία $1-\alpha$ προς α , όπου $0 < \alpha \leq 1/2$ μία σταθερά. Ποιό το ελάχιστο βάθος ενός καταληκτικού κόμβου στο δένδρο αναδρομής και ποιό το μέγιστο; (Αγνοήστε τη στρογγυλοποίηση σε ακέραιες τιμές).
5. (2 μον.) Πότε ένας αλγόριθμος ονομάζεται "Τυχαιοκρατικός"; Εξηγήστε γιατί σε έναν τυχαιοκρατικό αλγόριθμο μας ενδιαφέρει η αναμενόμενη και όχι η χειρότερη περίπτωση επίδοσης.

- Ένας ωρός ύψους h κατά μέγιστο έχει $2^{h+1} - 1$ στοιχεία (πλήρης ωρός), ενώ κατ'ελάχιστο $(2^h - 1) + 1 = 2^h$ (έχει μόνο ένα στοιχείο στην τελευταία σειρά)
- Ναι είναι διότι η ιδιότητα ωρού μέγιστου $A[\text{πατρικός}(i)] \geq A[i]$ ισχύει για κάθε στοιχείο του πίνακα.
- Ο χρόνος είναι $\Theta(n^2)$ (κάθε φορά γίνεται η χειρότερη διαμέριση).
- Το ελάχιστο βάθος το βρίσκουμε αν ακολουθήσουμε το μονοπάτι στο οποίο επιλέγουμε πάντοτε από τη διαμέριση το μικρότερο τμήμα. Άρα μια επαναληψη του μικραίνει το πρόβλημα από μέγεθος n σε $\alpha \cdot n$, και σε i επαναληψι σε $\alpha^i \cdot n$. Όταν φτάσω σε ένα φύλλο τότε έχω ένα στοιχείο άρα $\alpha^i \cdot n = 1 \Rightarrow i = -\frac{\lg n}{\lg \alpha}$
Αντίστοιχα $i = -\lg n / \lg(1-\alpha)$ για το μέγιστο (κατά προσέγγιση) βάθος.
- Ένας αλγόριθμος χαρακτηρίζεται τυχαίωρατικός αν η εφεπεριφορά του καθορίζεται όχι μόνο από την είσοδό του αλλά και από τιμές που παράγονται από μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών.
Μας ενδιαφέρει η αναμενόμενη επίδοση διότι αυτή είναι που συνήθως εμφανίζει ο αλγόριθμος (αν τον τρέξουμε πολλές φορές). Η επίδοση χειρότερης περίπτωσης είναι υπαρκτή αλλά έχει μια μικρή πιθανότητα να εμφανιστεί. Εμείς δεν μπορούμε να εναλλαχθούμε όμως τον αλγόριθμο να έχει την επίδοση χειρότερης περίπτωσης σε καμία είσοδο.