

ΘΕΩΡΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ
ΤΕΣΤ - 11-Μαρ-2008

1. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντικατάστασης δώστε ένα άνω φράγμα (ό μικρον κεφαλαίο - O) για την αναδρομική σχέση:

$$T(n)=T(n/2)+T(n/4)+n, n>5 \text{ και } T(n)=1, n\leq 5$$

2. Λύστε τις πιο κάτω αναδρομικές εξισώσεις:

a. $T(n)=T(n/7)+1$

b. $T(n)=3T(n/3)+n$

c. $T(n)=10T(n/3)+n^{1.1}$

3. Έστω πίνακας $A[1..n]$. Μπορεί να βρεθεί το στοιχείο με τις πιο πολλές εμφανίσεις στον A σε χρόνο $O(n \lg n)$; Εξηγήστε.

1. Η λύση που ματεύω είναι $T(n) = O(n)$.

Η επαγωγική υπόθεση είναι $T(m) \leq c \cdot m$, $m < n$

Για $c \geq 1$ έχουμε $T(n) = 1 \leq c \cdot n$ για $n \leq 5$

Από επ. υπόθ. $T(n) = T(\frac{n}{2}) + T(\frac{n}{4}) + n \leq \frac{cn}{2} + \frac{cn}{4} + n = (\frac{3c}{4} + 1)n$

Για $c=4 \Rightarrow T(n) \leq (3+1)n = 4n = cn$

αρα ισχύει $T(n) \leq cn$ για $c \geq 4$ και $\forall n \geq 1$

2. α) $T(n) = \Theta(\log n)$ (περίπου 2 θεωρήματα)

β) $T(n) = \Theta(n \log n)$ (— " —)

γ) $T(n) = \Theta(n \log_3 10)$ (περίπου 1 θεωρήματα)

3. Ναι μπορεί ως εξής: Ταξινόμηση του A σε χρόνο $\Theta(n \log n)$
(χρησιμοποιώ για παράδειγμα συγχωνευτική ταξινόμηση).

και έπειτα διατρέχω τον ταξινομημένο A (σε χρόνο $\Theta(n)$)
για να βρω την μακρύτερη ακολουθία από ίδια στοιχεία.

Προφανώς ο πιο πάνω αλγόριθμος είναι $\Theta(n \log n)$ παρ'ότι και $\Omega(n \log n)$