

**Ερώτηση 1 (2 μονάδες):** (α, 0.5 μονάδα) Είναι η ακολουθία  $\langle 23, 17, 14, 6, 13, 10, 1, 5, 7, 12 \rangle$  σωρός μεγίστου; (β, 1.5 μονάδα) Ποιός είναι ο χρόνος εκτέλεσης της ταξινόμησης σωρού σε πίνακα  $A$  μήκους  $n$  ο οποίος είναι ήδη ταξινομημένος κατά αύξουσα σειρά; Το ίδιο ερώτημα εάν ο  $A$  είναι ταξινομημένος κατά φθίνουσα σειρά. Αιτιολογείστε.

**Απάντηση:** 1α) Όχι, πρόβλημα στον κόμβο 4, 1β) και στις 2 περιπτώσεις  $\Theta(n \lg n)$ , διότι π.χ. για σωρό μεγίστου και αν η είσοδος σε αύξουσα μορφή, θέλω  $\Theta(n \lg n)$  για ταξινόμηση και  $\Theta(n \lg n)$  για αποκατάσταση σωρού, ενώ για είσοδο σε φθίνουσα μορφή, θέλω  $\Theta(n)$  για να φτιάξω σωρό αλλά  $\Theta(n \lg n)$  για ταξινόμηση.

**Ερώτηση 2 (3 μονάδες):** (α, 1.5 μονάδα) Αποδείξτε την ορθότητα της αριθμοτακτικής ταξινόμησης, (β, 1.5 μονάδα) Είναι δυνατόν να ταξινομηθούν  $n$  ακέραιοι στο διάστημα 0 έως  $n^2 - 1$ , σε χρόνο  $O(n)$ , χρησιμοποιώντας Radix-Sort;

**Απάντηση:** 2α) Θεωρία, 2β) Ναι θεωρώντας τους  $n$  αριθμούς διψήφιους με βάση το  $n$  (δηλ. κάθε ψηφίο μπορεί να είναι αριθμός από το 0 έως το  $n - 1$ ). Ο Radix-sort θα τρέξει 2 φορές σε αυτά τα δύο ψηφία και θα θέλει χρόνο  $\Theta(2(n + n)) = \Theta(n)$ .

**Ερώτηση 3 (3 μονάδες):** (α, 1.5 μονάδα) Ποιό είναι το ελάχιστο δυνατό βάθος ενός καταληκτικού κόμβου σε ένα δένδρο αποφάσεων για έναν αλγόριθμο συγκριτικής ταξινόμησης; (β, 1.5 μονάδα) Είναι δυνατό να υπάρξει συγκριτικός αλγόριθμος ο οποίος να ταξινομεί πίνακα 5 στοιχείων μόνο με 6 συγκρίσεις; Εξηγείστε το συλλογισμό σας.

**Απάντηση:** 3α)  $n - 1$ , 3β) Όχι, διότι τα φύλλα του δένδρου απόφασης ενός υποτιθέμενου τέτοιου αλγόριθμου είναι  $5!$ , αλλά το δένδρο έχει ύψος 6, άρα αριθμό φύλλων  $2^6 = 64 < 120$ .

**Ερώτηση 4 (2 μονάδες):** (α, 1 μονάδα) Κατά την εκτέλεση της διαδικασίας ΤΥΧΑΙΟΚΡΑΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ (RANDOMIZED QUICKSORT) που είδαμε στο μάθημα, πόσες φορές καλείται η γεννήτρια τυχαίων αριθμών με όνομα ΤΥΧΑΙΑ (RANDOM) στη χειρότερη περίπτωση; Στην καλύτερη περίπτωση; Διατυπώστε την απάντησή σας στο συμβολισμό  $\Theta$ . (β, 1 μονάδα) Στην ανάλυση ενός τυχαιοκρατικού αλγορίθμου ποιά επίδοση ενδιαφέρει πιο πολύ: η επίδοση μέσης περίπτωσης (average case performance); η επίδοση χειρότερης περίπτωσης (worst case performance); ή η επίδοση καλύτερης περίπτωσης (best case performance); Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

**Απάντηση:** 4α) και στις δύο περιπτώσεις  $\Theta(n)$ , 4β) Θεωρία