Πανεπιστήμιο Κρήτης,
Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών,
Σχεδίαση και Ανάλυση Αλγοριθμων (ΕΜ 202),
Εαρινό Εξάμηνο 2008 - 2009 (Π. Λεκέας),
Επαναληπτική Εξέταση, Σεπτέμβριος 2009

Ερώτηση 1 (2 μονάδες): Περιγράψτε τη λειτουργία της ενθετικής ταξινόμησης (Παράρτημα, Figure 1) και αποδείξτε την ορθότητά της χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αναλλοίωτων συνθηκών.

Απάντηση: Θεωρία, κεφ. 2, σελ. 17.

Ερώτηση 2 (2 μονάδες): Σας δίνεται ο αλγόριθμος της Ταχυταξινόμησης (Παράρτημα, Figure 2). Ποιά η επίδοση της ταχυταξινόμησης για διαμέριση χειρότερης περίπτωσης; (να γράψετε και να λύσετε την αναδρομική εξίσωση που προκύπτει). Να κάνετε το ίδιο και για τη διαμέριση καλύτερης περίπτωσης.

Απάντηση: Θεωρία, κεφ. 7, σελ. 148.

Ερώτηση 3 (2 μονάδες): Αποδείξτε ότι, οποιοσδήποτε αλγόριθμος συγκριτικής ταξινόμησης απαιτεί $\Omega(nlgn)$ συγκρίσεις.

Απάντηση: Θεώρημα 8.1, σελ. 164.

Ερώτηση 4 (2 μονάδες): Πότε ένα προβλημα βελτιστοποίησης λέμε ότι παρουσιάζει την ιδιότητα της βέλτιστης υποδομής; Σας δίνεται ένας κατευθυνόμενος γράφος $G(V, E)$, δύο κόμβοι του $u, v \in V$, και τα εξής προβλήματα: 1) **Βραχύτατη διαδρομή**: Βρείτε μία διαδρομή από τον κόμβο u μέχρι τον κόμβο v η οποία να αποτελειται από το ελάχιστο πλήθος ακμών, 2) **Μακρύτατη απλή διαδρομή**: Βρείτε μία απλή διαδρομή από τον κόμβο u μεχρι τον κόμβο v η οποία να αποτελείται από το μέγιστο πλήθος ακμών. Εξηγείστε σε ποιό πρόβλημα εμφανίζεται η ιδιότητα της βέλτιστης υποδομής και σε ποιό όχι. Μπορείτε να εξηγείσετε γιατί υπάρχει αυτή η διαφορά;

Απάντηση: Θεωρία, κεφ. 15, σελ. 342.

Ερώτηση 5 (2 μονάδες): Περιγράψτε τη μέθοδο της αντικατάστασης για την επίλυση αναδρομικών σχέσεων. Εφαρμόστε την μέθοδο για να βρείτε ένα άνω φράγμα της αναδρομικής σχέσης: $T(n) = 2T(\lfloor n/2 \rfloor) + n$.

Απάντηση: σελ. 63 βιβλίου.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

```
INSERTION-SORT(A)
for j ← 2 to length[A]
     do key ← A[j]
        ▹ Insert A[j] into the sorted sequence A[1 □ j - 1].
        i ← j - 1
        while i > 0 and A[i] > key
            do A[i + 1] ← A[i]
               i ← i - 1
        A[i + 1] ← key
```

Figure 1: Ενθετική Ταξινόμηση (Insertion Sort)

```
QUICKSORT(A, p, r)
if p < r
  then q ← PARTITION(A, p, r)
       QUICKSORT(A, p, q - 1)
       QUICKSORT(A, q + 1, r)
```

```
PARTITION(A, p, r)
x ← A[r]
i ← p - 1
for j ← p to r - 1
    do if A[j] ≤ x
          then i ← i + 1
               exchange A[i] ↔ A[j]
exchange A[i + 1] ↔ A[r]
return i + 1
```

Figure 2: Ταχυταξινόμηση (quicksort), Διαμέριση (Partition)