

**Ερώτηση 1 (12 μονάδες):** Είναι η σχέση του ισομορφισμού σε έναν απλό γράφο σχέση ισοδυναμίας;

**Ερώτηση 2 (12 μονάδες):** Δείξτε ότι ένας επίπεδος γράφος, που δεν περιέχει τρίγωνα έχει το πολύ  $2n - 4$  ακμές.

**Ερώτηση 3 (10 μονάδες):** Δείξτε ότι αν ένα  $m$ -αδικό δένδρο ύψους  $h$  έχει  $l$  φύλλα, τότε  $h \geq \lceil \log_m l \rceil$ . Επίσης δείξτε ότι αν ένα  $m$ -αδικό δένδρο είναι πλήρες και ισοσταθμισμένο, τότε  $h = \lceil \log_m l \rceil$ .

**Ερώτηση 4 (9 μονάδες):** Ποιά η τιμή της prefix έκφρασης:  $+ - \uparrow 3 2 \uparrow 2 3 / 6 - 4 2$ ; Ποιά η τιμή της postfix έκφρασης:  $5 2 1 - - 3 1 4 + + *$ ; Αιτιολογήστε.

**Ερώτηση 5 (10 μονάδες):** Πόσες ακμές πρέπει να αφαιρεθούν από ένα συνεκτικό γράφο  $n$  κορυφών και  $m$  ακμών για να προκύψει ένα δένδρο; Αιτιολογήστε.

**Ερώτηση 6 (10 μονάδες):** Δώστε ονόματα στους κόμβους των γράφων που σας δίνονται στο σχήμα και βρείτε αν υπάρχει σε κάθε έναν από αυτούς κύκλωμα και μονοπάτι Hamilton.

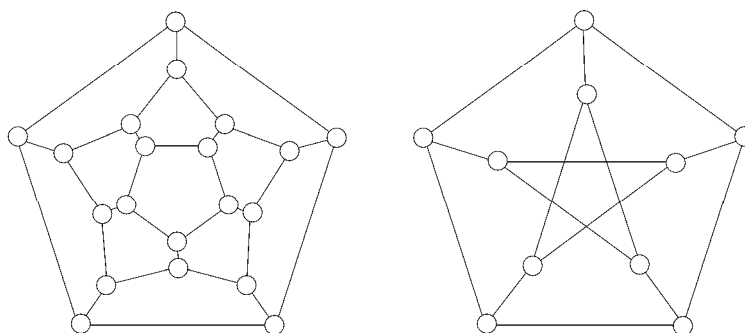


Figure 1: Έχουν οι πιο πάνω γράφοι κύκλωμα Hamilton; Μονοπάτι;

**Ερώτηση 7 (10 μονάδες):** Σχεδιάστε τους γράφους  $K_7$ ,  $W_7$  και  $C_{10}$  και λύστε την εξίσωση:  $Ax + B \log_2 \Gamma = 5$ , όπου  $A = \chi(K_7)$ ,  $B = \chi(W_7)$ , και  $\Gamma = \chi(C_{10})$  ( $\chi(G)$  ο χρωματικός αριθμός του  $G$ ).

**Ερώτηση 8 (9 μονάδες):** Ο πίνακας γειτνίασης του γράφου  $G$  είναι ο ακόλουθος:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

είναι ο  $G$  επίπεδος; Αιτιολογήστε.

**Ερώτηση 9 (10 μονάδες):** Για κάθε γράφημα της Ερώτησης 6 βρείτε ένα συνεκτικό δένδρο και κάντε αναζήτηση κατά πλάτος και κατά βάθος ξεκινώντας από κάποιον εξωτερικό κόμβο (δώστε για ευκολία ονόματα στους κόμβους).

**Ερώτηση 10 (8 μονάδες):** Ανάμεσα σε 9 νομίσματα ένα είναι κάλπικο (βαρύτερο). Σχεδιάστε το δένδρο απόφασης και βρείτε με πόσα κατ' ελάχιστο ζυγίσματα μπορώ να βρω ποιο είναι το κάλπικο.