

**ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ**  
**ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ**  
**ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2010**  
**ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ II**

**Άσκηση 1** Μπροστά μας έχουμε δύο κουτιά. Το ένα έχει 5 σφαίρες, αριθμημένες από το 1 ως το 5. Το δεύτερο έχει 3 σφαίρες αριθμημένες από το 6 ως το 8. Επιλέγουμε τυχαία ένα κουτί και από αυτό επιλέγουμε τυχαία μια σφαίρα. Ποια είναι η πιθανότητα να επιλέξουμε τη σφαίρα με τον αριθμό 4; αυτή με τον αριθμό 7;

**Άσκηση 2** Μια εταιρεία έχει δύο εργοστάσια παραγωγής A και B. Η πιθανότητα ένα εξάρτημα που παράγεται στο A να είναι ελαττωματικό είναι 1%, ενώ για ένα εξάρτημα που παράγεται στο B η αντίστοιχη πιθανότητα είναι 3%. Το εργοστάσιο A παράγει το 75% της συνολικής παραγωγής. Αν έχετε στα χέρια σας ένα ελαττωματικό εξάρτημα της εταιρείας ποια είναι η πιθανότητα να έχει κατασκευαστεί στο A;

**Άσκηση 3** Έχω στα χέρια μου δύο νομίσματα, ένα κανονικό και ένα κίβδηλο με δύο όψεις “γράμματα”. Διαλέγω ένα στην τύχη και το στρίβω τρεις φορές. Ποιά είναι η πιθανότητα να έχω επιλέξει το κίβδηλο αν και στις τρεις ρίψεις έφερα γράμματα;

**Άσκηση 4** Ένα ψηφιακό σύστημα επικοινωνίας αποτελείται από ένα πομπό και ένα δέκτη. Για τη μετάδοση ενός bit ο πομπός στέλνει ένα σήμα που αντιστοιχεί είτε στο ψηφίο 0 είτε στο ψηφίο 1. Ο δέκτης λαμβάνει το σήμα (παραμορφωμένο ενδεχομένως) και προσπαθεί να ερμηνεύσει το ψηφίο εκπομπής. Θεωρήστε τα παρακάτω ενδεχόμενα:

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= \{\text{ο πομπός εκπέμπει } 0\}, & \Delta_0 &= \{\text{ο δέκτης ερμηνεύει } 0\}, \\ \Pi_1 &= \{\text{ο πομπός εκπέμπει } 1\}, & \Delta_1 &= \{\text{ο δέκτης ερμηνεύει } 1\}. \end{aligned}$$

Υποθέτουμε ότι  $\mathbb{P}[\Pi_0] = \frac{4}{5}$ ,  $\mathbb{P}[\Delta_0 | \Pi_0] = \frac{99}{100}$ , και  $\mathbb{P}[\Delta_1 | \Pi_1] = \frac{97}{100}$ .

- α) Ποια είναι η πιθανότητα να συμβεί σφάλμα κατά τη μετάδοση;  
β) Ποιά είναι η πιθανότητα να έχει συμβεί σφάλμα, αν ο δέκτης έχει ερμηνεύσει το ψηφίο μετάδοσης ως 1;

**Άσκηση 5** Μια εργαστηριακή εξέταση έχει σχεδιαστεί για να ανιχνεύει την ύπαρξη ενός ιού στο αίμα. Έχει βρεθεί ότι αν κάποιος είναι φορέας του ιού η εξέταση βγαίνει θετική για τον ιό με πιθανότητα 95%. Αντίθετα, αν κάποιος δεν είναι φορέας του ιού η εξέταση βγαίνει θετική με πιθανότητα 2% (λέμε τότε ότι το αποτέλεσμα είναι ψευδώς θετικό.)

- α) Αν η συχνότητα εμφάνισης του ιού στον πληθυσμό μιας πόλης είναι 1%, βρείτε

την πιθανότητα να είναι φορέας του ιού ένα άτομο με θετικό αποτέλεσμα εξέτασης;

β) Βρείτε την ίδια πιθανότητα αν επιλέξουμε το άτομο από το νοσοκομείο της πόλης, όπου 30% από τους νοσηλευόμενους είναι φορείς του ιού.

**Άσκηση 6** Ένας φοιτητής έχει να απαντήσει μια ερώτηση πολλαπλής επιλογής. Από τις πέντε δυνατές απαντήσεις μόνο μια είναι σωστή. Η πιθανότητα ο φοιτητής να γνωρίζει τη σωστή απάντηση είναι 75%. Σ' αυτό το ενδεχόμενο ο φοιτητής δίνει τη σωστή απάντηση, διαφορετικά δίνει μια απάντηση στην τύχη.

α) Ποιά είναι η πιθανότητα ο φοιτητής να δώσει τη σωστή απάντηση;

β) Ποιά είναι η πιθανότητα ο φοιτητής να γνώριζε τη σωστή απάντηση αν απάντησε σωστά;

**Άσκηση 7** Ένας μαθηματικός και ένας στρατιωτικός εμπλέκονται σε μια μονομαχία. Πυροβολούν εναλλάξ, με τον μαθηματικό να ξεκινά πρώτος, ώσπου ένας από τους δύο να χτυπηθεί. Αν κάθε φορά που πυροβολεί ο μαθηματικός η πιθανότητα ευστοχίας του είναι  $p$  και αντίστοιχα η πιθανότητα ευστοχίας για τον στρατιωτικό είναι  $q$ , υπολογίστε την πιθανότητα να βγει νικητής ο μαθηματικός.

**Άσκηση 8** Ένα δοχείο έχει 10 κόκκινες και 5 μαύρες σφαίρες. Επιλέγουμε τυχαία μια σφαίρα, βλέπουμε το χρώμα της και την επιστρέφουμε στο δοχείο μαζί με άλλες 3 σφαίρες του ίδιου χρώματος. Στη συνέχεια επιλέγουμε ακόμη μια σφαίρα από το δοχείο.

α) Ποια είναι η πιθανότητα η δεύτερη σφαίρα να είναι κόκκινη;

β) Ποια είναι η πιθανότητα η πρώτη σφαίρα να ήταν κόκκινη αν η δεύτερη σφαίρα είναι μαύρη;