

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΑ Ι**  
**ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 2007**  
**ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ VI (Ημερομηνία Παράδοσης 12/12/2007)**

**Άσκηση 1** Ένα ευρωπαϊκό δικαίωμα πώλησης με τιμή άσκησης €90 πρόκειται να ωριμάσει σε ένα χρόνο. Η τρέχουσα τιμή του πρωτογενούς χρεωγράφου είναι  $S_0 = €100$ , και το άνευ κινδύνου ετήσιο επιτόκιο είναι 8,6% υπολογισμένο με συνεχή απόδοση. Διαιρέστε το χρόνο σε τέσσερα τρίμηνα και χρησιμοποιήστε ένα ανασυνδυασμένο διωνυμικό δέντρο με  $u = 1,173$  και  $d = 0,884$ .

α. Προσδιορίστε την τιμή του δικαιώματος με χρήση του κλειστού τύπου που την εκφράζει σαν την τρέχουσα αξία της αναμενόμενης (ως προς το ισοδύναμο martingale μέτρο  $\mathbb{Q}$ ) τελικής απόδοσης.

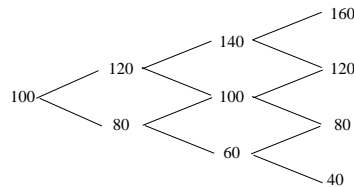
β. Έχετε μόλις πουλήσει το παραπάνω δικαίωμα στην τιμή που προσδιορίσατε στο προηγούμενο ερώτημα. Τι πρέπει να κάνετε σήμερα προκειμένου να ξεκινήσετε την αντιστάθμιση αυτού του παραγώγου; Τι θα πρέπει να κάνετε σε τρεις μήνες αν η τιμή της μετοχής τότε είναι €117,30;

**Άσκηση 2** Η τιμή μιας μετοχής είναι σήμερα €50. Σε καθένα από τα επόμενα δύο τρίμηνα αναμένεται να παρουσιάσει είτε 10% αύξηση είτε 10% μείωση. Το ετήσιο άνευ κινδύνου επιτόκιο είναι 12% υπολογισμένο με συνεχή απόδοση.

α. Ποιά είναι η σημερινή αξία που επιβάλλει η αρχή της μη επιτηδειότητας για ένα εξάμηνο αμερικανικό δικαίωμα πώλησης με τιμή άσκησης €52,50;

β. Κατασκευάστε μια στρατηγική επιτηδειότητας αν η τρέχουσα τιμή διαπραγμάτευσης αυτού του δικαιώματος είναι €3,5.

**Άσκηση 3** Δίνεται το ακόλουθο διωνυμικό υπόδειγμα για τη δυναμική μιας μετοχής:



Η κάθε περίοδος στο παραπάνω δέντρο αντιστοιχεί σε διάστημα 4 μηνών. Στην αγορά υπάρχει επίσης ένα άνευ κινδύνου προϊόν με επιτόκιο 14,637% υπολογισμένο με συνεχή απόδοση.

α) Τιμολογήστε βάσει του παραπάνω υποδείγματος ένα δικαίωμα αγοράς της μετοχής με ωρίμανση σε 1 έτος και τιμή άσκησης €100.

β) Τιμολογήστε βάσει του παραπάνω υποδείγματος ένα δικαίωμα πώλησης της μετοχής με ωρίμανση σε 1 έτος και τιμή άσκησης €100, και επιβεβαιώστε τη σχέση ισοτιμίας των ευρωπαϊκών δικαιωμάτων αγοράς και πώλησης.

γ) Τιμολογήστε ένα αμερικανικό δικαίωμα πώλησης της μετοχής με ωρίμανση σε 1 έτος και τιμή άσκησης €100, και βρείτε τη βέλτιστη στρατηγική άσκησης για ένα κάτοχό του.

δ) Επαναλάβετε το προηγούμενο ερώτημα αν το επιτόκιο είναι  $r = 0$ . Πώς ερμηνεύεται η απάντησή σας από την άσκηση 2 του Φυλλαδίου III;

**Άσκηση 4** α) Τιμολογήστε βάσει του υποδείγματος αγοράς της προηγούμενης άσκησης ένα παράγωγο με ωρίμανση  $T = 1$  έτος που αποδίδει στην ωρίμανσή του ποσό

$$V_T(\omega) = \begin{cases} S_T(\omega) - €100 & \text{αν } S_{t_2} > €95 \\ 0 & \text{διαφορετικά.} \end{cases}$$

β) Περιγράψτε ακριβώς τις συναλλαγές που θα έπρεπε να κάνετε τις στιγμές  $t = t_0, t_1, t_2$  ώστε να αντισταθμίσετε το παράγωγο αυτό στο παρακάτω ενδεχόμενο:

$$\omega_1 = \{S_0 = 100, S_{t_1} = 120, S_{t_2} = 100, S_T = 80\}$$