

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΑ Ι
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 2007
ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ V (Ημερομηνία Παράδοσης 28/11/2007)

Άσκηση 1 Ένα ευρωπαϊκό δικαίωμα πώλησης με τιμή άσκησης €90 πρόκειται να ωριμάσει σε ένα χρόνο. Η τρέχουσα τιμή του πρωτογενούς χρεωγράφου είναι $S_0 = €100$, και το άνευ κινδύνου ετήσιο επιτόκιο είναι 8,6% υπολογισμένο με συνεχή απόδοση. Διαιρέστε το χρόνο σε τέσσερα τρίμηνα και χρησιμοποιήστε ένα ανασυνδυασμένο διωνυμικό δέντρο με $u = 1,173$ και $d = 0,884$.

α. Προσδιορίστε την τιμή αυτού του δικαιώματος εργαζόμενοι αναδρομικά στο διωνυμικό δέντρο.
β. Περιγράψτε το χαρτοφυλάκιο που πρέπει να έχουμε προκειμένου να αναπαραγάγουμε την απόδοση του παραγώγου στις εξής δύο περιπτώσεις:

- Το πρωτογενές χρεώγραφο ακολουθεί την τροχιά $S_0, S_0u, S_0u^2, S_0u^2d$.
- Το πρωτογενές χρεώγραφο ακολουθεί την τροχιά $S_0, S_0d, S_0ud, S_0u^2d$.

Άσκηση 2 Η τιμή μιας μετοχής είναι σήμερα €50. Σε καθένα από τα επόμενα δύο τρίμηνα αναμένεται να παρουσιάσει είτε 10% αύξηση είτε 10% μείωση. Το ετήσιο άνευ κινδύνου επιτόκιο είναι 12% υπολογισμένο με συνεχή απόδοση.

α. Ποιά είναι η σημερινή αξία που επιβάλλει η αρχή της μη επιτηδειότητας για ένα εξάμηνο ευρωπαϊκό δικαίωμα πώλησης με τιμή άσκησης €52,50;
β. Κατασκευάστε μια στρατηγική επιτηδειότητας αν η τρέχουσα τιμή διαπραγμάτευσης αυτού του δικαιώματος είναι €2,2.

Άσκηση 3 Θεωρούμε ένα ιδιαίτερο δικαίωμα πώλησης επί μιας μετοχής με ωρίμανση σε 1 έτος που περιγράφεται ως εξής: Η τρέχουσα τιμή της μετοχής είναι €40 και η τρέχουσα τιμή άσκησης είναι €40. Αν η τιμή της μετοχής έπειτα από 6 μήνες είναι μικρότερη από €35 τότε η τιμή άσκησης στην ωρίμανση επανακαθορίζεται σε €35, διαφορετικά παραμένει στα €40.

α. Είναι η τιμή αυτού του δικαιώματος μικρότερη ή μεγαλύτερη από αυτήν ενός ευρωπαϊκού δικαιώματος πώλησης με την ίδια ωρίμανση και τιμή άσκησης €40; Απαντήστε χωρίς να υποθέσετε κάποιο υπόδειγμα για τη δυναμική της μετοχής.

β. Τιμολογήστε το παράγωγο χρησιμοποιώντας ένα διωνυμικό δέντρο δύο περιόδων με $u = 1,2737$ και $d = 0,7764$.

γ. Τιμολογήστε το παράγωγο χρησιμοποιώντας ένα διωνυμικό δέντρο τεσσάρων περιόδων με $u = 1,1879$ και $d = 0,8371$.

Δίνεται το άνευ κινδύνου επιτόκιο με συνεχή ανατοκισμό $r = 6%$ κατ' έτος.

Άσκηση 4 α) Η τρέχουσα τιμή μιας μετοχής είναι €100. Θεωρήστε ότι το χωρίς κίνδυνο επιτόκιο είναι 2% ανά τρίμηνο. Τιμολογήστε βάσει ενός διωνυμικού υποδείγματος αγοράς τριών τετράμηνων περιόδων με $u = 1,2$ και $d = 0,9$ ένα παράγωγο με ωρίμανση $T = 1$ έτος που αποδίδει στην ωρίμανσή του ποσό

$$V_T(\omega) = \max_{i \in \{0,1,2,3\}} S_{t_i}(\omega) - S_T(\omega).$$

β) Περιγράψτε ακριβώς τις συναλλαγές που θα έπρεπε να κάνετε τις στιγμές $t = t_0, t_1, t_2$ ώστε να αντισταθμίσετε το παράγωγο αυτό στα παρακάτω δύο ενδεχόμενα:

- $\omega_1 = \{S_0 = 100, S_{t_1} = 120, S_{t_2} = 108, S_T = 129, 6\}$
- $\omega_2 = \{S_0 = 100, S_{t_1} = 90, S_{t_2} = 108, S_T = 129, 6\}$.

Σημείωση: το παράγωγο αυτό ουσιαστικά επιτρέπει στον κάτοχό του να πουλήσει τη μετοχή στην μέγιστη τιμή που σημείωσε μέχρι την ωρίμανση, και είναι γνωστό σαν European lookback put option.