

# Γενική εισαγωγή στη “Μαθηματική Μοντελοποίηση”

Μαθηματικά Μοντέλα  
στην Φυσική, στην Βιολογία  
στις Επιστήμες

Σταύρος Κομηνέας  
Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών  
Πανεπιστήμιο Κρήτης

Πέμπτη 27 Σεπτεμβρίου 2012, ώρα 11-12, αίθουσα Θ202

# Ρευστά



Η ένταση μίας δίνης δίνεται από την **κυκλοφορία** της: δηλ., το ολοκλήρωμα δρόμου της ταχύτητας του ρευστού γύρω από μία κλειστή καμπύλη:

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}.$$

## Δίνες σε ρευστά



Φωτογραφία δινών και ζευγών δινών οι οποίες δημιουργήθηκαν από την κίνηση ενός σωματίου στην επιφάνεια υγρού.

## Δακτυλιοειδείς δίνες



Video dolphin playing bubble rings

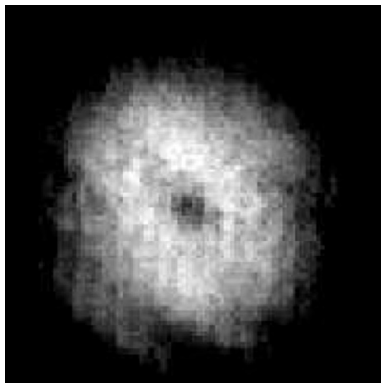
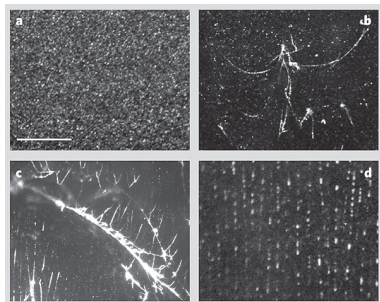
# Δίνες σε υπερρευστά

Πρώτες πειραματικές παρατηρήσεις από τον J. Vinen (1958).

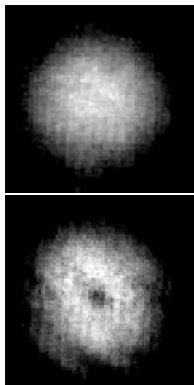
Πρώτες πειραματικές παρατηρήσεις το 1998.

Ατμοί Ρουβιδίου (Rb)

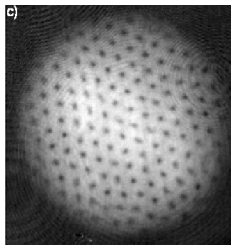
Ήλιο II



# Δίνες σε ατομικά παγιδευμένα υπερρευστά

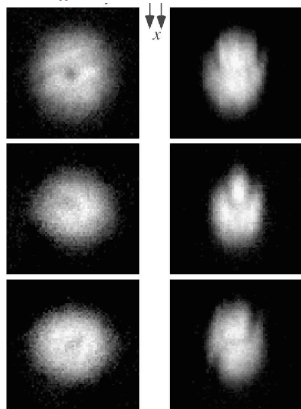


[(ENS Paris), 2000]



[(MIT) 2001]

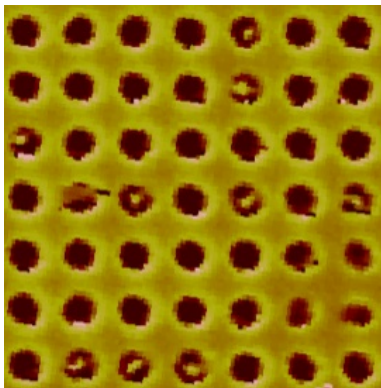
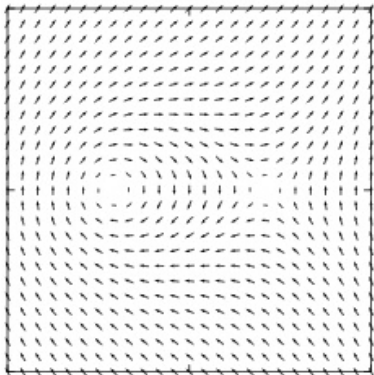
## Νήματα δινών



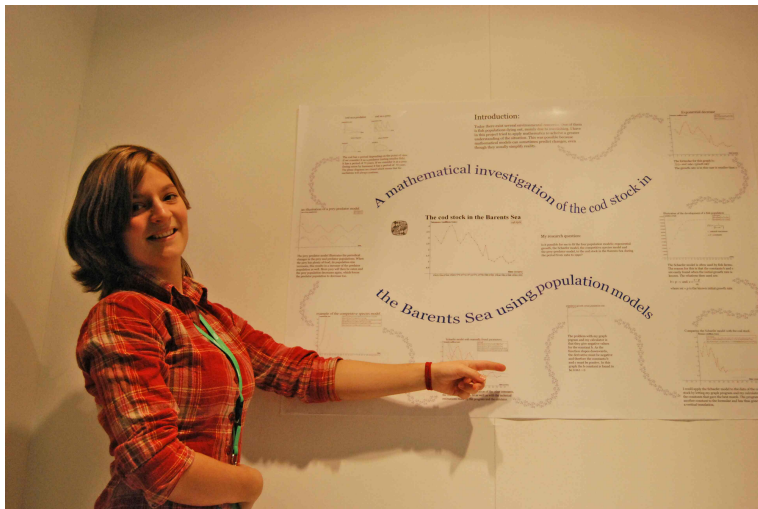
[(ENS Paris), 2002]

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{1}{2}\Delta\Psi + V(\rho, z)\Psi + g|\Psi|^2\Psi$$

Δίνες σε νανο-μαγνήτες  
(διαστάσεων 100 νανομέτρων)

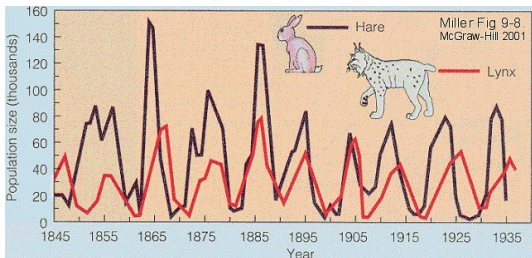


# Πληθυσμοί





# Δυναμική πληθυσμών



## Μοντέλο κυνηγού-θηράματος

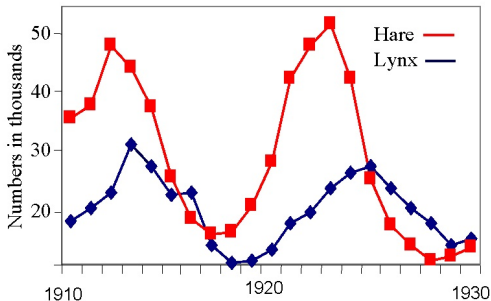
$$\frac{d(\text{hare})}{dt} = a(\text{hare}) - c(\text{hare})(\text{lynx})$$

$$\frac{d(\text{lynx})}{dt} = -b(\text{lynx}) + e(\text{hare})(\text{lynx})$$

$$\dot{x} = ax - cxy$$

$$\dot{y} = -by + dxy$$

## Δυναμική πληθυσμών

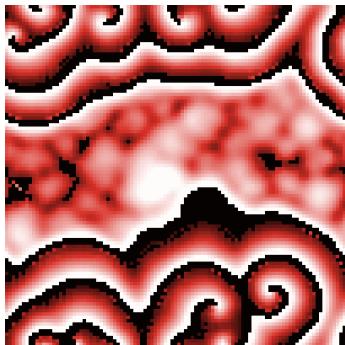


## Μοντέλο κυνηγού-θηράματος

$$\dot{x} = ax - cxy$$

$$\dot{y} = -by + dxy$$

# Χημική αντίδραση Belusov-Zhabotinsky



$$D\nabla^2 u - \frac{\partial u}{\partial t} = f(u, w)$$
$$D\nabla^2 w - \frac{\partial w}{\partial t} = g(u, w)$$

Προσομοίωση στον υπολογιστή της χημικής αντίδρασης  
Belusov-Zhabotinsky

Η αντίδραση ταλαντώνεται μεταξύ δύο καταστάσεων.  
Παράγεται ένα σχέδιο (pattern) σπειροειδών κυμάτων.

## Μοντέλα για απασχόληση - ανεργία



Χ. Πισσαρίδης  
(Nobel Οικονομίας, 2010)  
“for analysis of markets with  
search frictions” (video)

$$rU = b + \alpha(\theta)(W - U)$$

$$rW = w + \phi(U - W)$$

‘Οι καινοτομίες των Diamond,  
Mortensen και Πισσαρίδη  
απαιτούν... αφηρημένα  
μαθηματικά εργαλεία και...  
χρήση στατιστικών μεθόδων.’  
(από άρθρο των Αζαριάδη,  
Ιωαννίδη)

## Μαθηματικά μοντέλα για...

- ▶ Μηχανική ρευστών
- ▶ Φυσική
- ▶ Βιολογία
- ▶ Χημεία
- ▶ Οικονομία
- ▶ ...