

Γενική εισαγωγή στο μάθημα 'Μαθηματική Μοντελοποίηση Ι':

Μαθηματικά Μοντέλα
στην Φυσική, στην Βιολογία
στις Επιστήμες

Σταύρος Κομηνέας
Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Δευτέρα 25 Οκτωβρίου 2010, 12-1μμ, αίθουσα Θ202

Ρευστά



Η ένταση μίας δίνης δίνεται από την **κυκλοφορία** της: δηλ., το ολοκλήρωμα δρόμου της ταχύτητας του ρευστού γύρω από μία κλειστή καμπύλη:

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}.$$

Δίνες σε ρευστά



Φωτογραφία δινών και ζευγών δινών οι οποίες δημιουργήθηκαν από την κίνηση ενός σωματίου στην επιφάνεια υγρού.

Δακτυλιοειδείς δίνες



Video in [youtube](#)

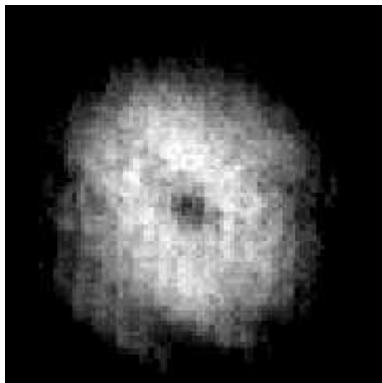
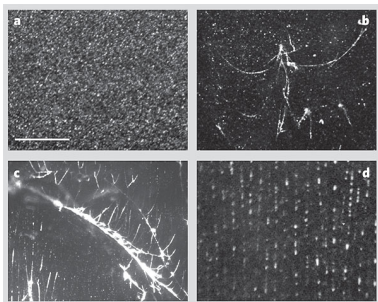
Δίνες σε υπερρευστά

Πρώτες πειραματικές παρατηρήσεις από τον J. Vinen (1958).

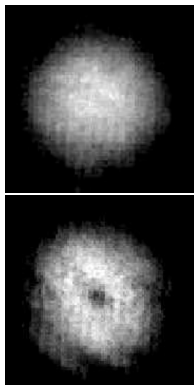
Πρώτες πειραματικές παρατηρήσεις το 1998.

Ατμοί Ρουβιδίου (Rb)

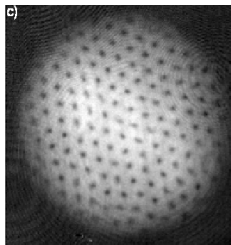
Ήλιο II



Δίνες σε ατομικά παγιδευμένα υπερρευστά

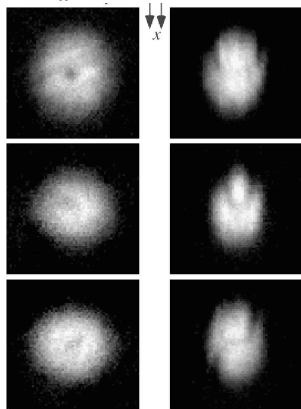


[(ENS Paris), 2000]



[(MIT) 2001]

Νήματα δινών



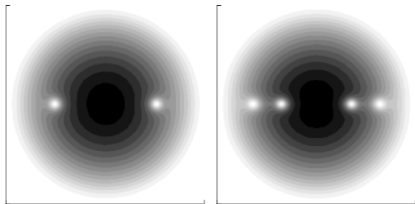
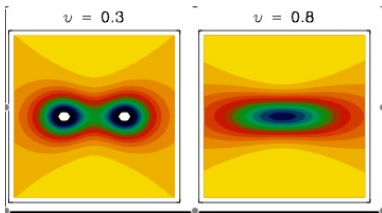
[(ENS Paris), 2002]

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{1}{2}\Delta\Psi + V(\rho, z)\Psi + g|\Psi|^2\Psi$$

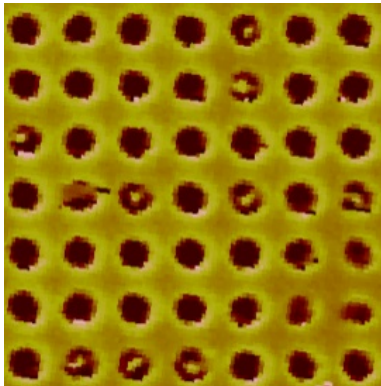
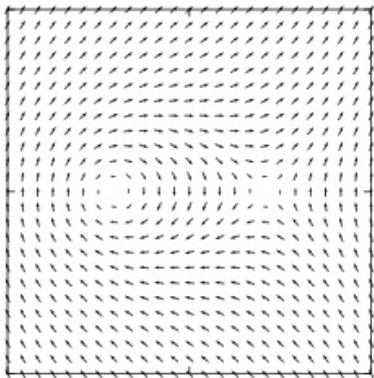
Εικόνες από υπολογιστή

Ζεύγος Δινών

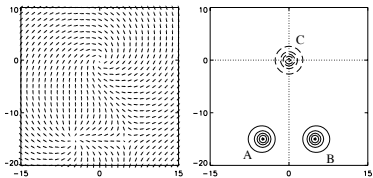
Δακτυλιοειδείς δίνες



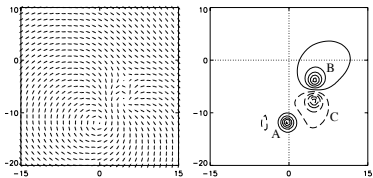
Δίνες σε μαγνήτες



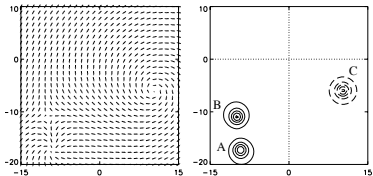
Δυναμική δινών



$$\lambda_\alpha \frac{dx_\alpha}{dt} = - \sum_{\beta \neq \alpha} \kappa_\beta \frac{y_\alpha - y_\beta}{|\mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta|^2}$$

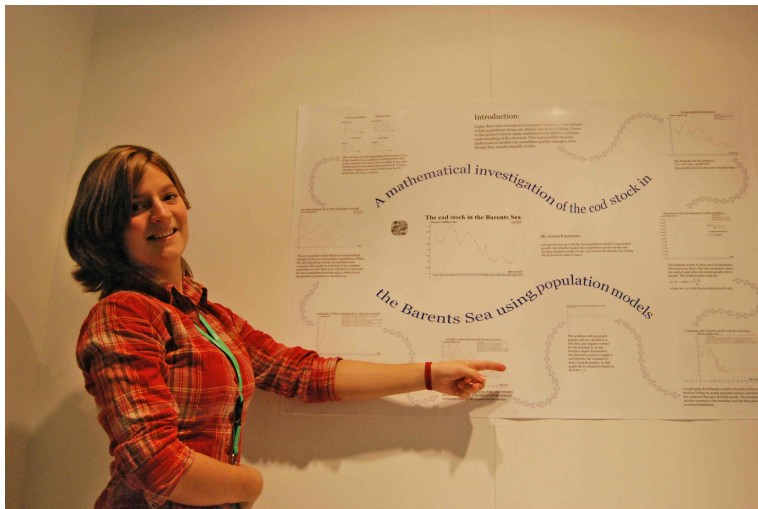


$$\lambda_\alpha \frac{dy_\alpha}{dt} = \sum_{\beta \neq \alpha} \kappa_\beta \frac{x_\alpha - x_\beta}{|\mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta|^2}$$

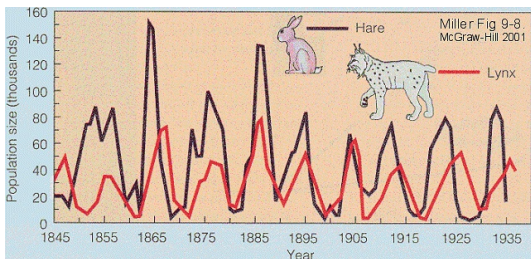


(x_α, y_α) : θέσεις δινών

Πληθυσμοί



Δυναμική πληθυσμών

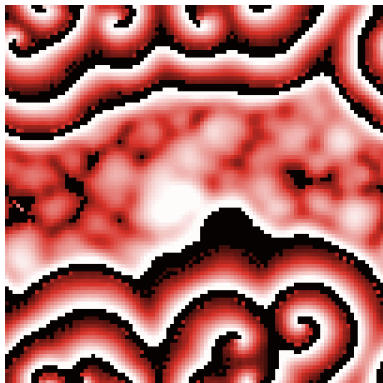


Μοντέλο κυνηγού-θηράματος

$$\frac{d(\text{hare})}{dt} = a(\text{hare}) - c(\text{hare})(\text{lynx})$$

$$\frac{d(\text{lynx})}{dt} = -b(\text{lynx}) + e(\text{hare})(\text{lynx})$$

Χημική αντίδραση Belusov-Zhabotinsky



$$D\nabla^2 u - \frac{\partial u}{\partial t} = f(u, w)$$
$$D\nabla^2 w - \frac{\partial w}{\partial t} = g(u, w)$$

Computer simulation of the Belusov-Zhabotinsky reaction: [here](#)
The reactants oscillate back and forth between two states.
A pattern of [spiral waves](#) emerges.

Μοντέλα για απασχόληση - ανεργία



Χ. Πισσαρίδης
(Nobel Οικονομίας, 2010)

$$rU = b + \alpha(\theta)(W - U)$$

$$rW = w + \phi(U - W)$$

‘Οι καινοτομίες των Diamond, Mortensen και Πισσαρίδη απαιτούν... αφηρημένα μαθηματικά εργαλεία και... χρήση στατιστικών μεθόδων.’
(από άρθρο των Αζαριάδη, Ιωαννίδη)

Μαθηματικά μοντέλα για...

- ▶ Μηχανική ρευστών
- ▶ Φυσική
- ▶ Βιολογία
- ▶ Χημεία
- ▶ Οικονομία
- ▶ ...