

Μαθηματική Μοντελοποίηση Ι (χειμερινό εξάμηνο 2010/2011)

2. Φυλλάδιο ασκήσεων ΙΙ

2.1. **Άσκηση.** Θεωρήστε δύο δίνες με φορτία $Q_1, Q_2 > 0$ και $Q_1 \neq Q_2$. (α) Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης. (β) Λύστε αριθμητικά τις εξισώσεις κίνησης και βρείτε αναλυτικά την τροχιά τους (χρησιμοποιήστε τις διατηρήσιμες ποσότητες). (γ) Σχεδιάστε τις τροχιές των δινών για (μη-τετριμένη) αρχική συνθήκη της επιλογής σας. [Στην αριθμητική λύση να εκλεγούν συγκεκριμένα Q_1, Q_2 και αρχικές συνθήκες. Όλα αυτά τα δεδομένα αναμένεται να είναι διαφορετικά για τον κάθε φοιτητή.]

2.2. **Άσκηση.** (α) Γράψτε την (γενική) Lagrangian για μία μαγνητική δίνη σε εξωτερικό δυναμικό. (β) Θεωρήστε παραβολικό δυναμικό το οποίο να παγιδεύει την δίνη και γράψτε την (ειδικότερη) Lagrangian. (γ) Γράψτε και λύστε τις εξισώσεις κίνησης.

2.3. **Άσκηση.** Η μαγνητική ροπή ενός ατόμου δίνεται από διάνυσμα \mathbf{M} . Εάν το άτομο βρεθεί σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο \mathbf{B} τότε ισχύει η εξίσωση κίνησης

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}$$

όπου γ είναι μία σταθερά (gyromagnetic ratio). (α) Δείξτε ότι το \mathbf{M} έχει σταθερό μέτρο (έστω M_s), δηλ., $\mathbf{M}^2 = M_s^2$. (β) Γράψτε την εξίσωση σε αδιάστατη μορφή. (γ) Δώστε τη γενική της λύση στις αδιάστατες μεταβλητές (θεωρήστε $\mathbf{B} = B\hat{z}$). (δ) Μετατρέψτε τη λύση στις αρχικές (φυσικές) μεταβλητές.