

Απειροστικός Λογισμός II: Δευτέρα 1 Απριλίου

1. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1.1. Δίνεται η καμπύλη

$$\vec{r}(t) = e^t \cos t \mathbf{i} + e^t \sin t \mathbf{j} + e^t \mathbf{k}.$$

(α) Να υπολογιστεί το μήκος τόξου της για $0 \leq t \leq \pi$.

(β) Να γραφεί η καμπύλη χρησιμοποιώντας ως παράμετρο το μήκος τόξου.

Άσκηση 1.2. Έστω η εξ. κύκλου $x^2 + y^2 = a^2$. Να βρεθεί η αναπαράσταση $\vec{r}(s)$ για την παραπάνω καμπύλη με παράμετρο το μήκος τόξου s .

Άσκηση 1.3. Βρείτε την πολική εξίσωση του κύκλου

$$x^2 + (y - 3)^2 = 9.$$

Άσκηση 1.4. Βρείτε το καρτεσιανό ισοδύναμο της ακόλουθης πολικής εξίσωσης

$$r = 2 \cos \theta + 4 \sin \theta.$$

Προσδιορίστε το σχήμα της καμπύλης.

Άσκηση 1.5. Σχεδιάστε τις καμπύλες στάθμης για την

$$f(x, y) = x + y + 2$$

Άσκηση 1.6. Δείξτε με τον ορισμό του ορίου ότι

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} xy = 0.$$

Άσκηση 1.7. Δείξτε ότι η συνάρτηση

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

είναι συνεχής σε κάθε σημείο εκτός του $(0, 0)$.