

4. Φυλλάδιο ασκήσεων IV

[Παράδοση μέχρι Δευτέρα 3 Ιουνίου 2013]

Άσκηση 4.1. Να υπολογισθεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$\int_D xy^2 dx dy,$$

όπου D είναι η κλειστή περιοχή που περικλείεται από τις ευθείες $y = 0$, $y = x$ και το ημικύκλιο $y = \sqrt{1 - x^2}$. (Σχεδιάστε το χωρίο ολοκλήρωσης.)

Άσκηση 4.2. Να υπολογισθεί το ολοκλήρωμα (με αλλαγή της σειράς ολοκλήρωσης)

$$\int_0^3 \int_y^3 e^{x^2} dx dy.$$

(Σχεδιάστε το χωρίο ολοκλήρωσης.)

Άσκηση 4.3. Να υπολογισθεί το εμβαδό του επιπέδου χωρίου που περικλείεται από τις παραβολές $y^2 = 4x$, $x^2 = 4y$. (Σχεδιάστε το χωρίο ολοκλήρωσης.)**Άσκηση 4.4.** Να υπολογισθεί με αλλαγή μεταβλητών το ολοκλήρωμα

$$I = \int_D \int 3xy dx dy$$

όπου D είναι το χωρίο που περικλείεται από τις ευθείες $x - 2y = 0$, $x - 2y = -4$, $x + y = 4$, $x + y = 1$.

Άσκηση 4.5. Να υπολογισθεί με μετασχηματισμό σε πολικές συντεταγμένες το ολοκλήρωμα

$$\int_D \int (x^2 + y^2)^2 dx dy,$$

όπου D είναι ο δακτύλιος που ορίζεται από τους κύκλους $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$.

Άσκηση 4.6. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα της $f(x, y, z) = e^{-(x^2+y^2+z^2)/a^2}$ ολοκληρώνοντας σε όλον τον \mathbf{R}^3 .**Άσκηση 4.7.** Να βρεθούν οι μερικές παράγωγοι $\partial z / \partial x$ και $\partial^2 z / \partial x \partial y$ της πεπλεγμένης συνάρτησης $z(x, y)$ που ορίζεται από την εξίσωση

$$e^z + x^2 y + z + 5 = 0.$$