

## Αναλυτική Γεωμετρία (χειμερινό εξάμηνο 2011)

### 2. Φυλλάδιο ασκήσεων II

2.1. **Άσκηση.** Δείξτε ότι τα σημεία με διανύσματα θέσης

$$\vec{v}_1 = (1 \ 0 \ 1), \quad \vec{v}_2 = (1 \ 1 \ 0), \quad \vec{v}_3 = (1 \ -3 \ 4),$$

κείνται στην ίδια ευθεία. Δώστε την εξίσωση της ευθείας σε παραμετρική μορφή  $[\vec{r}(t) = \vec{a} + t\vec{b}]$ .

2.2. **Άσκηση.** Δίνεται η αναλυτική μορφή ευθείας

$$\frac{x+3}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z-5}{-6}.$$

Βρείτε ευθεία (αναλυτική και παραμετρική μορφή) παράλληλη στην παραπάνω η οποία περνάει από το σημείο  $P(1, 4, -2)$ .

2.3. **Άσκηση.** Βρείτε το σημείο το οποίο απέχει δύο μονάδες από το σημείο  $\vec{a} = (-1, 1, 0)$  προς την διεύθυνση  $\vec{v} = (1, 1, 0)$ .

2.4. **Άσκηση.** Δίνονται σημεία  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(1, 1, 0)$ . Περιγράψτε το σύνολο των σημείων του χώρου που έχουν την ιδιότητα: το παραλληλεπίπεδο που ορίζεται από τα διανύσματα  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$  έχει όγκο ίσο με 1. Ποιά από αυτά τα σημεία βρίσκονται πάνω στον άξονα  $z$ ;

2.5. **Άσκηση.** Αν τα διανύσματα  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  ικανοποιούν την ισότητα  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ , να δείξετε ότι

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{a} = \vec{b} \times \vec{c}.$$

2.6. **Άσκηση.** Βρείτε την εξίσωση έλλειψης με κέντρο  $(0, 0)$  και άξονες επάνω στους άξονες  $x$ ,  $y$ , η οποία περνάει από τα σημεία  $A(1, 3)$  και  $B(4, 2)$ .

2.7. **Άσκηση.** Βρείτε την πολική εξίσωση του κύκλου

$$x^2 + (y - 3)^2 = 9.$$

2.8. **Άσκηση.** Έστω σημείο  $A$  με διάνυσμα θέσης  $\vec{r} = \vec{OA}$  και πολικές συντεταγμένες  $(r, \theta)$ . Δείξτε ότι

$$\vec{r} = r \vec{i}_\rho, \quad \vec{i}_\rho := (\cos \theta) \vec{i} + (\sin \theta) \vec{j}.$$

Βρείτε διάνυσμα  $\vec{i}_\theta$  κάθετο στο  $\vec{i}_\rho$ .

2.9. **Άσκηση.** Έστω η εξίσωση 2ου βαθμού

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

(α) Τι καμπύλη παριστάνει; (β) Που βρίσκονται οι εστίες και ποιές είναι οι διευθετούσες; (γ) Ποιά η εκκεντρότητα;

2.10. **Άσκηση.** Βρείτε τι καμπύλη παριστάνει η εξίσωση

$$2x^2 + y^2 + 8x - 8y - 48 = 0.$$