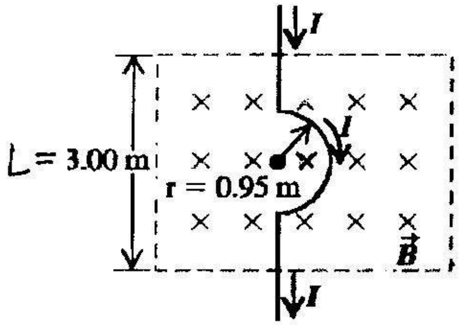
6η Σειρά Ασκήσεων – Μαγνητικό Πεδίο-Μαγνητικές Δυνάμεις

Ασκ. 1

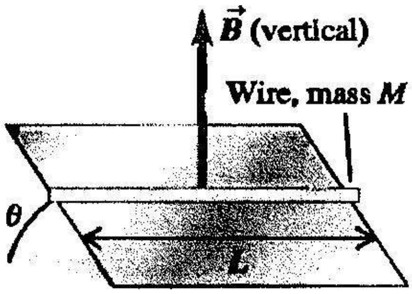
27.61 Σωματίδιο με αρνητικό φορτίο q και μάζα $m = 2,58.10^{-15}$ kg ταξιδεύει διαμέσου μιας περιοχής στην οποία επικρατεί ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο B=(-0,120T) $\hat{k}$. Σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή η ταχύτητα του σωματιδίου είναι $\vec{v} = (1{,}05.10^6 \frac{m}{s})(-3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 12\hat{k})$ και η δύναμη F πάνω στο σωματίδιο έχει μέτρο 1,25N. (α) Προσδιορίστε το φορτίο q. (β) Προσδιορίστε την επιτάχυνση $\vec{a}$ του σωματιδίου. (γ) Εξηγείστε γιατί η τροχιά του σωματιδίου είναι ελικοειδής και προσδιορίστε την ακτίνα καμπυλότητας R του κυκλικού μέρους της ελικοειδούς τροχιάς. (δ) Προσδιορίστε τη συχνότητα κυκλότρου του σωματιδίου. (ε) Παρά το γεγονός ότι η ελικοειδής κίνηση δεν είναι περιοδική με την πλήρη έννοια της λέξης, οι x- και y-συνιστώσες μεταβάλλονται με περιοδικό τρόπο. Εάν οι συντεταγμένες του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t=0 είναι (x,y,z) = (R,0,0), προσδιορίστε τις συντεταγμένες του τη χρονική στιγμή t=2T, όπου T είναι η περίοδος κίνησης στο επίπεδο-xy.

Ασκ. 2 Ένα μακρύ ευθύγραμμο σύρμα, που έχει ένα ημικυκλικό τμήμα ακτίνας 0,95m τοποθετείται σε ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο μέτρου 2,20T όπως φαίνεται στο σχήμα. Πόση είναι η ολική μαγνητική δύναμη που ασκείται πάνω στο σύρμα όταν αυτό διαρρέεται από ρεύμα 3,40A;



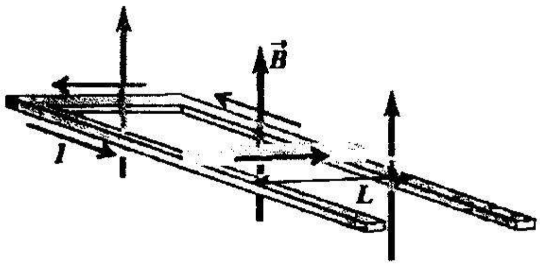
Ασκ. 3

27.67 Ένα ευθύγραμμο τμήμα από αγώγιμο σύρμα μάζας M και μήκους L τοποθετείται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο. Υπάρχει ένα ομοιόμορφο, κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο B παντού (παραγόμενο από μια διάταξη μαγνητών που δεν φαίνεται στο σχήμα). Για να εμποδίσουμε το σύρμα από το να ολισθήσει προς τα κάτω, εφαρμόζουμε μια πηγή τάσης στα άκρα του σύρματος. Όταν ρέει ακριβώς η επαρκής ποσότητα ρεύματος στο σύρμα, το σύρμα παραμένει σε ηρεμία. Προσδιορίστε το μέτρο και διεύθυνση του ρεύματος στο σύρμα η οποία το αφήνει σε ηρεμία. Σχεδιάστε στο σχήμα τη διεύθυνση του ρεύματος και σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σύρμα.



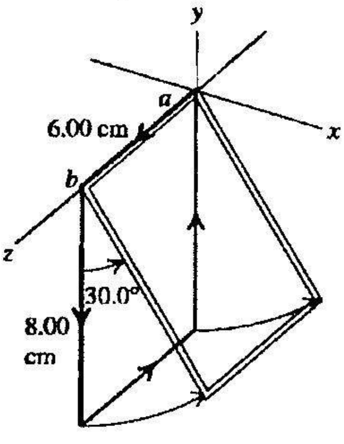
Ασκ.4

27.66 Μια αγώγιμη ράβδος μάζας m και μήκους L ολισθαίνει κατά μήκος οριζόντιων σιδηροτροχιών οι οποίες είναι ενωμένες με μια πηγή τάσης. Η πηγή τάσης διατηρεί ένα σταθερό ρεύμα I στις σιδηροτροχιές και στη ράβδο, και ένα σταθερό, ομοιόμορφο και κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο B γεμίζει την περιοχή μεταξύ των σιδηροτροχιών (βλ. σχήμα). (α) Βρέστε το μέτρο και τη διεύθυνση της συνολικής δύναμης που ασκείται στην αγώγιμη ράβδο. Αγνοήστε τριβή, αντίσταση αέρα και ηλεκτρική αντίσταση. (β) Εάν η ράβδος έχει μάζα m, βρείτε την απόσταση d κατά την οποία η ράβδος πρέπει να κινηθεί κατά μήκος των σιδηροτροχιών για να αποκτήσει ταχύτητα v από την ηρεμία. (γ) Έχει εισηγηθεί ότι βαλλιστές σιδηροτροχιών βασισμένοι σ'αυτή την αρχή θα μπορούσαν να επιταχύνουν φορτία σε τροχιά γύρω από τη Γη ή ακόμα και σε μεγαλύτερη. Βρέστε την απόσταση που πρέπει να διανύσει η ράβδος κατά μήκος της σιδηροτροχιάς για ν'αποκτήσει την ταχύτητα διαφυγής από τη Γη (*11,2 km/s*). Έστω $B=0,50T$, $I=2,0.10^3A$, $m=25kg$ και $L=50cm$. Για απλότητα θεωρήστε ότι η συνολική δύναμη στη ράβδο είναι ίση με τη μαγνητική δύναμη, όπως στα μέρη (α) και (β), έστω κι αν η βαρυτική δύναμη παίζει σημαντικό ρόλο σε μια πραγματική εκτόξευση προς το διάστημα.



Ασκ. 5

27.75 Ο τετράγωνος βρόχος σύρματος που φαίνεται στο σχήμα έχει μάζα *0,15g* ανά εκατοστό μήκους και περιστρέφεται γύρω από την πλευρά *ab* σε άξονα χωρίς τριβές. Το ρεύμα στο σύρμα είναι *8,2 A* με διεύθυνση όπως φαίνεται στο σχήμα. Βρέστε το μέτρο και διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου που είναι παράλληλο στο y-άξονα το οποίο θα κάνει το βρόχο να κινηθεί προς τα πάνω μέχρι το επίπεδο του να σχηματίσει γωνία *30°* με το επίπεδο-yz.



6^{η} Σειρά Ασκήσεων - ΛΥΣΕΙΣ

Ασκ. 1

27.61 q , $m = 2{,}58 \cdot 10^{-15}\,kg$, $\vec{B} = (-0{,}120)\hat{k}$

$\vec{v} = (1{,}05 \cdot 10^{6}\,m/s)(-3\hat{i} + 4\hat{j} + 12\hat{k})$, $F = 1{,}25N$

(α) $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = q(1{,}05 \cdot 10^{6}\,\frac{m}{s})(-0{,}120)(-3\hat{i} + 4\hat{j} + 12\hat{k}) \times \hat{k}$

$\{ -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j} \;,\; \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \;,\; \hat{k} \times \hat{k} = 0 \}$

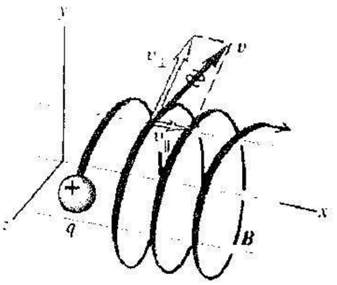
$\Rightarrow \vec{F} = -1{,}26 \cdot 10^{5}\, q\, (3\hat{j} + 4\hat{i})$

$F = -1{,}26 \cdot 10^{5}\, q \sqrt{3^2 + 4^2} = 1{,}25\,N \Rightarrow q = -1{,}98 \cdot 10^{-6}\,C$ //

(β) $\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} = \frac{0{,}25\,(4\hat{i} + 3\hat{j})}{2{,}58 \cdot 10^{-15}\,kg}$

$\Rightarrow \vec{a} = 9{,}69 \cdot 10^{13}\,\frac{m}{s^2}\,(4\hat{i} + 3\hat{j})$ //

(γ) Όταν ένα φορτισμένο σωμάτιο με σταθερή κινητική ενέργεια έχει συνιστώσες ταχύτητας κάθετα και παράλληλα προς ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο, το σωμάτιο κινείται σε ελικοειδή τροχιά. (Βλ. σχήμα, παράδειγμα με θετικά φορτισμένο σωμάτιο.



Στο σχήμα αυτό, η συνιστώσα ταχύτητας η παράλληλη με το $\vec{B}$ είναι η v_x και οι κάθετες είναι οι v_y & v_z. Ενώ στο δικό μας πρόβλημα, $v_{\parallel} \rightarrow v_z$ και $v_{\perp} \rightarrow v_x$ & v_y. Γιατί η $v_{\parallel}$ είναι η v_z; Διότι εκεί η δύναμη από το μαγνητικό πεδίο είναι μηδέν! v_z = σταθ.

(Θυμηθείτε ότι η $\vec{F}$ έχει μόνο συνιστώσες $\hat{i}$ και $\hat{j}$. Προεκτείνετε μόνοι σας τη σκέψη σας για να βρείτε ποιες συνιστώσες έχει η δύναμη στο παράδειγμα της εικόνας).

Για την κυκλική τροχιά: $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{\text{κεντρομόλος}} = m\vec{a} = m\frac{v^2}{R}$

$\Rightarrow R = \frac{mv^2}{F} = \frac{2{,}58 \cdot 10^{-15}\,kg\,(5{,}25 \cdot 10^{6}\,m/s)^2}{1{,}25\,N} \Rightarrow R = 0{,}0569\,m$ //

Όπου $v^2 = v_x^2 + v_y^2 = [(-3{,}15 \cdot 10^{6})^2 + (4{,}2 \cdot 10^{6})^2]\,m^2/s^2$

$\Rightarrow v = 5{,}25 \cdot 10^{6}\,m/s$

(δ) $v = \omega R \Rightarrow \omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{5{,}25 \cdot 10^6 \, \frac{m}{s}}{0{,}0569\, m} \Rightarrow \omega = 9{,}23 \cdot 10^7 \, \dfrac{rad}{s}$ //

(ε) $t = 0 \longrightarrow (x, y, z) = (R, 0, 0)$

$\omega = \dfrac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 6{,}8 \cdot 10^{-8}\, s$

Σε 2T οι x και y συνιστώσες θα έχουν συμπληρώσει 2 κύκλους. Μόνο η z θα κινηθεί ομαλά ευθύγραμμα.

$$\left.\begin{aligned} z &= z_0 + v_z t \\ v_z &= 12{,}6 \cdot 10^6 \, \tfrac{m}{s} \end{aligned}\right\} \Rightarrow z = 0 + \left(12{,}6 \cdot 10^6 \, \tfrac{m}{s}\right)\left(2 \cdot 6{,}8 \cdot 10^{-8} s\right)$$

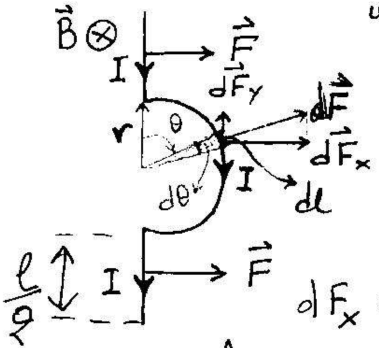
$$\Rightarrow z = 1{,}71\, m$$

Άρα για $t' = 2T \longrightarrow (x', y', z') = (R, 0, 1{,}71)$ //

Εδώ $L = \ell + 2r$.

Ασκ. 2

Στα ευθύγραμμα τμήματα του σύρματος η $\vec{F}$ είναι προς τα δεξιά (κανόνας δεξιού χεριού).



Στο ημικυκλικό τμήμα θα δείχνει ακτινικά προς τα έξω αλλά οι $d\vec{F}_y$ θα αλληλοαναιρούνται στα συμμετρικά τμήματα dl, ωστε θα αυξήσει μια δύναμη προς τα δεξιά μόνο.

$dF_x = dF \cdot \sin\theta, \quad dF_y = dF \cdot \cos\theta, \quad d\ell = r \cdot d\theta$

Δηλ. $d\vec{F} = d\vec{I} \times \vec{B} = I\, d\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow F = I \int_0^{\pi} dl\, B \sin\theta$

$= IB \int_0^{\pi} r\, d\theta \sin\theta = BIr \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta = F_{x,ολική}$.

$\Rightarrow F_{ημ.} = BI \cdot 2r$ (Δηλ. σαν να είναι ευθεία μήκους 2r)

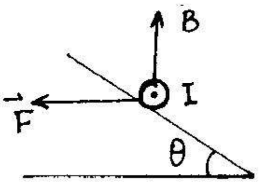
$F_{ευθ.} = BI\ell = BI(L - 2r)$

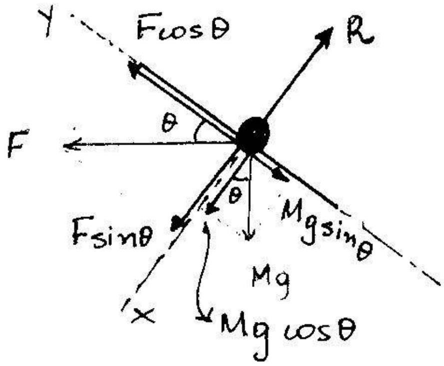
$F_{ολ} = F_{ημ} + F_{ευθ.} = BI\,2r + BI(L - 2r) \Rightarrow F_{ολ} = L \cdot BI$

$= 3m \cdot 2{,}20T \cdot 3{,}40A \Rightarrow \vec{F} = 22{,}4 \; N \; \hat{i}$ //

Επισήμανση: Αν η ολοκλήρωση $\int_0^{\theta_0} d\theta$ έχει άνω όριο $\theta_0 \neq \pi$ ισχύει ότι $F_y = \int dF_y = 0$;

Ασκ.3
27.67





g = επιτάχυνση της βαρύτητας

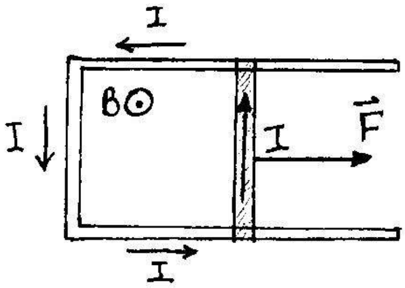
Για να ισορροπεί η ράβδος πρέπει η δύναμη από το μαγνητικό πεδίο να έχει φορά προς τ' αριστερά. Και για να συμβαίνει αυτό πρέπει η φορά του ρεύματος I να είναι όπως φαίνεται στο σχήμα (προς τα μέσα) (ή προς τα δεξιά αν πάρουμε την αρχική εικόνα).
Για ισορροπία πρέπει: $\Sigma \vec{F} = 0$

- $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow Mg\cos\theta + F\sin\theta = R$

- $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow Mg\sin\theta = F\cos\theta \Rightarrow F = Mg\tan\theta \quad (1)$
- $\vec{F} = \vec{I}\times\vec{B} = I\vec{L}\times\vec{B} = BIL\,\sin\overset{90^\circ}{\varphi} \Rightarrow F = BIL \quad (2)$

$(1) = (2) \Rightarrow BIL = Mg\tan\theta \Rightarrow I = \dfrac{Mg\tan\theta}{BL}$ //

27.66
Ασκ.4



(α) Από κανόνα δεξιού χεριού, η $\vec{F}$ θα είναι προς τα δεξιά.
$\vec{F} = \vec{I}\times\vec{B} = I\,\vec{L}\times\vec{B}$
$= BIL\sin 90^\circ \Rightarrow F = BIL$ //

(β) Χρησιμοποιήστε τις γνωστές σχέσεις (ισχύουν για την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, a = σταθερή):
$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, $v = v_0 + at$ για να εξάγετε την

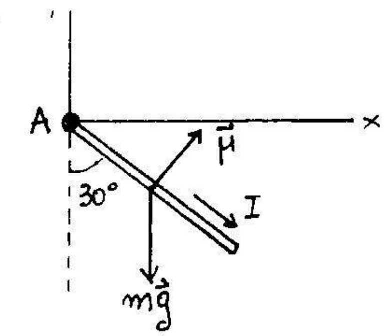
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$. Μετά θέστε $x_0 = 0$, $v_0 = 0$, $x = d$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} v^2 = 2ad \\ a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{BIL}{m} \end{array}\right\} \quad d = \dfrac{v^2}{2a} \Rightarrow d = \dfrac{mv^2}{2BIL}$ //

(γ) $d = \dfrac{25\,kg\cdot(11{,}2\cdot10^3\,m/s)^2}{2\cdot 0{,}5\,T\cdot 2\cdot10^3\,A\cdot 0{,}5\,m} \Rightarrow d = 3{,}14\cdot10^6\,m$ //

Αν σκεφτείτε ότι $a = \dfrac{BIL}{m} = 20\,m/s^2$, είναι όντως αμελητέα η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 9{,}80\,m/s^2$;

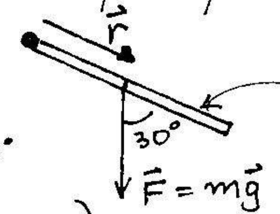
Ασκ. 5
27.75



Για ισορροπία σε μια θέση πρέπει η συνισταμένη των ροπών ως προς κάποιο άξονα (εδώ επιλέγω τον A) να είναι μηδέν (και σαφώς $\Sigma F=0$)

Άρα $\Sigma \vec{\tau}_{(A)}=0 \Rightarrow \vec{\tau}_{mg}+\vec{\tau}_{B}=0$

Οι $\vec{\tau}_{mg}$ και $\vec{\tau}_{B}$ (ροπή του βάρους και ροπή που οφείλεται στο μαγνητικό πεδίο αντίστοιχα) πρέπει, εκτός από τα μέτρα τους να είναι ίσα, η μια να είναι δεξιόστροφη ⊗ και η άλλη να είναι αριστερόστροφη ⊙.



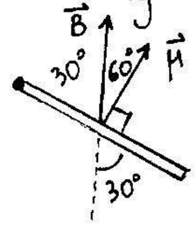
πλευρά μήκους b

$b = 0{,}08\,m$
$a = 0{,}06\,m$

Γενικά, $\vec{\tau}_{F} = \vec{r}\times\vec{F}$

- $\vec{\tau}_{mg} = \vec{r}\times m\vec{g} = \frac{b}{2}mg\sin 30^\circ$

$\Rightarrow \tau_{mg} = 0{,}2\,mg$ ⊗ (δεξιόστροφη)



Λόγω του ότι το ρεύμα στο βρόχο κινείται αριστερόστροφα, η μαγνητική ροπή $\vec{\mu}$ θα είναι προς τα έξω. Και επειδή τώρα θέλουμε η $\vec{\tau}_{B}$ να είναι αριστερόστροφη (για να αναιρεί την $\vec{\tau}_{mg}$) τότε πρέπει το $\vec{B}$ να δείχνει προς τα πάνω στον y-άξονα (κανόνας δεξιού χεριού).

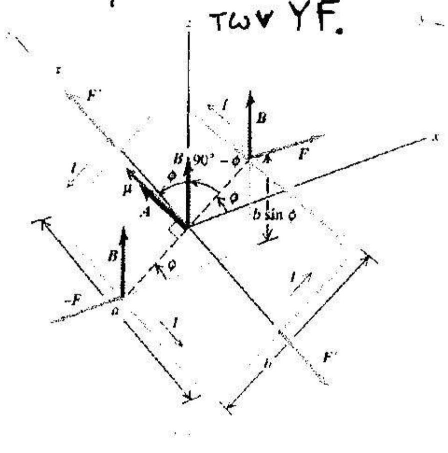
- ⊙ $\vec{\tau}_{B} = \vec{\mu}\times\vec{B} = \mu B\sin 60^\circ = I\underbrace{(ab)}_{A}B\sin 60^\circ$ ⊙

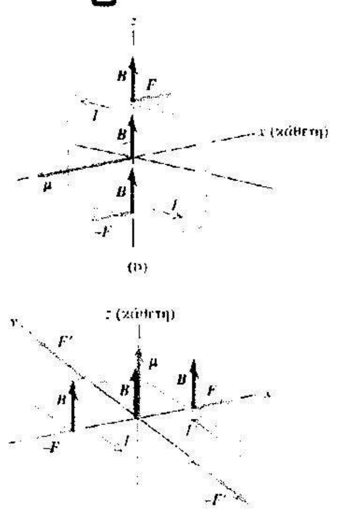
$m = 0{,}15\cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{cm}\,\ell = 0{,}15\cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{cm}\,2\cdot(a+b) \Rightarrow m = 4{,}2\cdot 10^{-3}\,kg$

$A = ab = 0{,}06\cdot 0{,}08 = 4{,}8\cdot 10^{-3}\,m^{2}$

- $\tau_{mg} = \tau_{B} \Rightarrow 0{,}2mg = IAB\sin 60^\circ \Rightarrow \vec{B} = 0{,}024\,T\ \hat{j}$ //

Σχήμα 27.29 των ΥΦ.





Για καλύτερη κατανόηση του κανόνα δεξιού χεριού, δέστε τα παραδείγματα δίπλα.