5η Σειρά Ασκήσεων - Κυκλώματα Συνεχούς

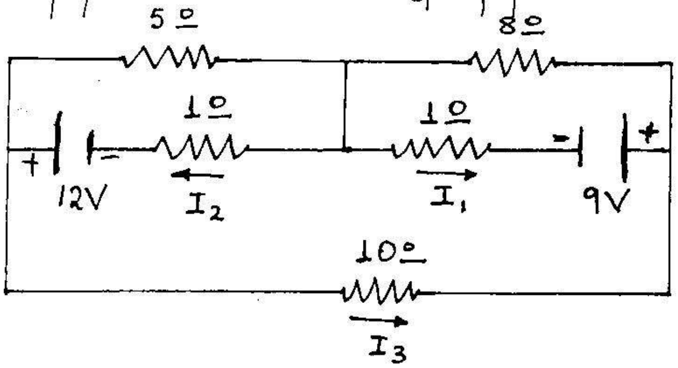
Ασκ.1

26.5 Τρεις αντιστάσεις των 1,6Ω, 2,4Ω και 4,8Ω είναι ενωμένες παράλληλα με μια μπαταρία των 28V η οποία έχει αμελητέα εσωτερική αντίσταση.

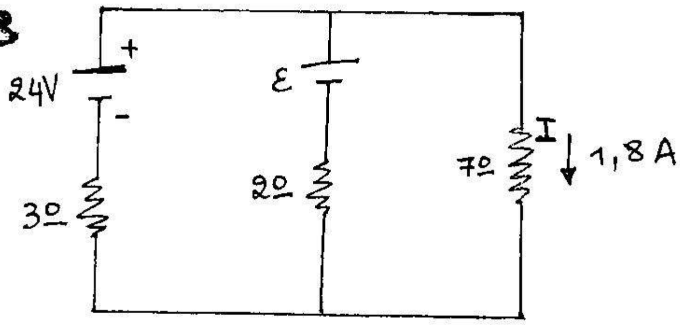
Βρείτε, (α) την ισοδύναμη αντίσταση του συνδυασμού, (β) το ρεύμα στην κάθε αντίσταση, (γ) το ολικό ρεύμα που διαπερνά την μπαταρία, (δ) την τάση στα άκρα της κάθε αντίστασης, (ε) την ισχύ που καταναλώνεται σε κάθε αντίσταση, (στ) ποια αντίσταση καταναλώνει την περισσότερη ισχύ; Αυτή με την μεγαλύτερη αντίσταση ή εκείνη με την μικρότερη αντίσταση; Γιατί;

Ασκ.2

26.57 Υπολογίστε τα τρία ρεύματα I_1, I_2 και I_3 που αναφέρονται στο διάγραμμα του κυκλώματος.



Ασκ.3

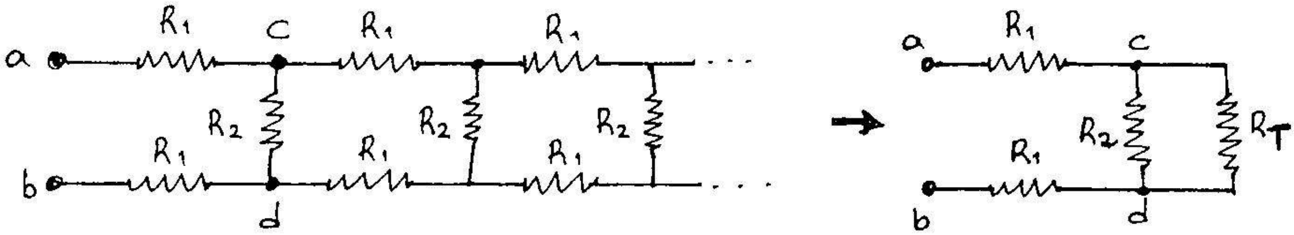


Πόση πρέπει να είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη ε ώστε το ρεύμα που περνά από την αντίσταση των 7Ω να είναι 1,8A; Θεωρείστε ότι κάθε ηλεκτρεγερτική πηγή έχει αμελητέα εσωτερική αντίσταση.

Ασκ. 4

26.93

Αλυσιδωτός μειωτήρας



Το άπειρο δίκτυο αντιστατών του σχήματος είναι γνωστό ως αλυσιδωτός μειωτήρας, λόγω του ότι αυτή η αλυσίδα αντιστατών προκαλεί μείωση (εξασθένηση) της διαφοράς δυναμικού ανάμεσα στα πάνω και κάτω σύρματα κατά μήκος της αλυσίδας.

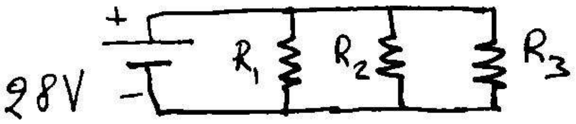
(α) Δείξτε ότι εαν η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων a και b του σχήματος είναι V_{ab}, τότε η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων c και d είναι $V_{cd} = \frac{V_{ab}}{1+\beta}$, όπου $\beta = \frac{2R_1(R_T + R_2)}{R_T R_2}$ και $R_T = R_1 + \sqrt{R_1^2 + 2R_1R_2}$ είναι η ολική αντίσταση του δικτύου, που δίνεται στο πρόβλημα 26.91.

(β) Εαν η διαφορά δυναμικού μεταξύ των τερματικών σημείων a και b στο αριστερό άκρο του άπειρου δικτύου είναι V_0, δείξτε ότι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πάνω και κάτω συρμάτων σε n τμήματα από το αριστερό άκρο είναι $V_n = \frac{V_0}{(1+\beta)^n}$. Εαν $R_1 = R_2$, πόσα τμήματα χρειάζονται για να μειώσουν τη διαφορά δυναμικού V_n σε λιγότερο από το 1% της V_0;

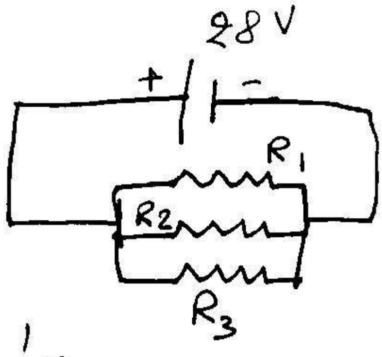
** ΔΕΙΤΕ προσεκτικά και το λυμένο παράδειγμα 26.6, σ. 991 του Young & Freedman (το κάναμε στην τάξη).

5^{η} Σειρά Ασκήσεων – Λύσεις

1. $\boxed{26.5}$



ή



(α) $\frac{1}{R_{o\lambda}} = \frac{1}{R_{\iota\sigma o\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\mu\eta}} = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{R_i}$

$R_1 = 1{,}6\,\Omega$
$R_2 = 2{,}4\,\Omega$
$R_3 = 4{,}8\,\Omega$

$\Rightarrow R_{o\lambda} = 0.8\,\Omega$

(β) $V_1 = V_2 = V_3 = 28\,V$ – παράλληλη σύνδεση

$V_1 = I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = V_1/R_1 = \frac{28V}{1{,}6\Omega} = 17{,}5\,A$

$I_2 = V_2/R_2 = 11{,}7\,A$, $I_3 = V_3/R_3 = 5{,}8\,A$

(γ) $I = V/R_{o\lambda} = \frac{28V}{0{,}8\Omega} = 35\,A$ και ισοδύναμα

$I = \sum_{i=1}^{3} I_i = 35\,A$.

(δ) $V = V_1 = V_2 = V_3 = 28\,V$

(ε) $P_1 = I_1 \cdot V_1 = 490\,W$

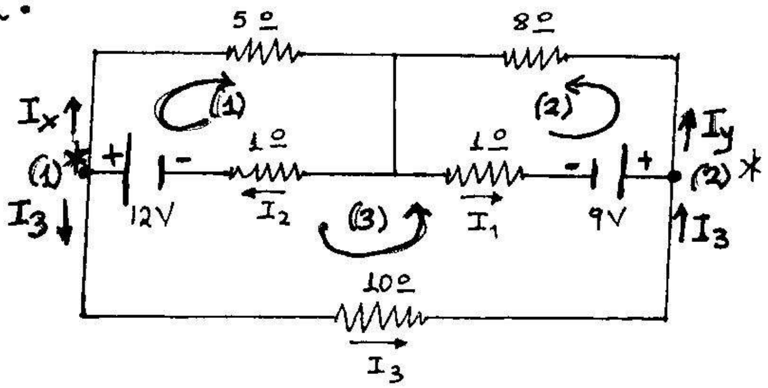
$P_2 = I_2 \cdot V_2 = 327\,W$

$P_3 = I_3 \cdot V_3 = 163\,W$

(στ) Η μικρότερη $R_1 = 1{,}6\,\Omega$, διότι $P_i = \frac{V^2}{R_i}$, όπου η V είναι κοινή για τις R_{1-3}. Ισοδύναμα, διότι διαρρέεται από το μέγιστο ρεύμα I_1 και $P_i = V \cdot I_i$.

2.

26.57



Κόμβος 1*: $I_2 = I_x + I_3 \Rightarrow I_x = I_2 - I_3$

Κόμβος 2*: $I_y = I_1 + I_3$

Βρόχος 1: $-5 \cdot I_x - 1 \cdot I_2 + 12 = 0 \Rightarrow 6 I_2 - 5 I_3 = 12$ (1)

Βρόχος 2: $-8 \cdot I_y - 1 \cdot I_1 + 9 = 0 \Rightarrow 9 I_1 + 8 I_3 = 9$ (2)

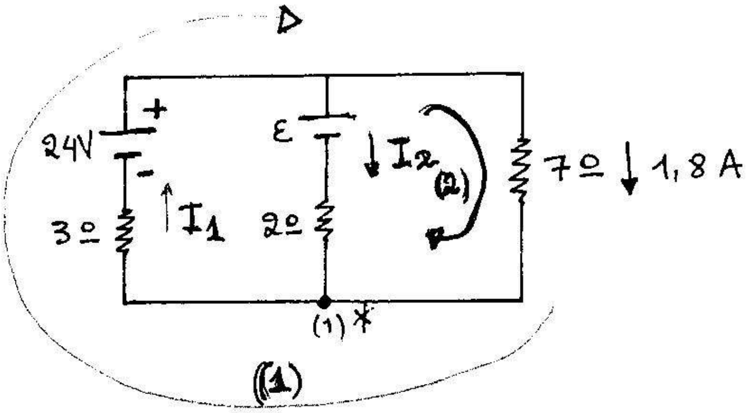
Βρόχος 3: $-10 \cdot I_3 - 9 + 1 \cdot I_1 - 1 \cdot I_2 + 12 = 0$

$\Rightarrow 10 I_3 + I_2 - I_1 = 3$ (3)

Με λύση του συστήματος εξισώσεων (1), (2), (3), βρίσκουμε:

$I_1 = 0,85\ A$, $I_2 = 2,14\ A$, $I_3 = 0,17\ A$

3.



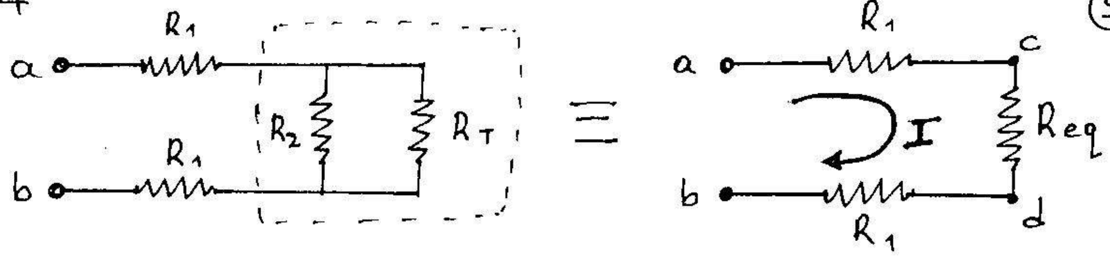
Βρόχος 1*: $-1,8 \cdot 7 - 3 \cdot I_1 + 24 = 0 \Rightarrow I_1 = 3,8\ A$

Κόμβος 1: $I_1 = I_2 + 1,8 \Rightarrow I_2 = 2\ A$

Βρόχος 2: $-7 \cdot 1,8 + 2 \cdot I_2 + \varepsilon = 0 \Rightarrow \varepsilon = 8,6\ V$ //

Ασκ.4

$\boxed{26.93}$



(α) $V_{ab} = IR_1 + I R_{eq} + IR_1 \Rightarrow V_{ab} = I(2R_1 + R_{eq})$ ①

R_{eq}: R ισοδύναμη

$V_{cd} = I R_{eq} \Rightarrow I = \dfrac{V_{cd}}{R_{eq}}$ ②

①, ② : $V_{ab} = \dfrac{2R_1 + R_{eq}}{R_{eq}} V_{cd} \Rightarrow V_{cd} = \left(\dfrac{R_{eq}}{2R_1 + R_{eq}}\right) V_{ab}$

$\dfrac{1}{R_{eq}} = \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_T} \Rightarrow R_{eq} = \dfrac{R_T R_2}{R_T + R_2}$

$V_{cd} = \left(\dfrac{1}{\dfrac{2R_1}{R_{eq}} + 1}\right) V_{ab}$, $\beta = \dfrac{2R_1}{R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = \dfrac{2R_1}{\beta}$

$V_{cd} = \dfrac{V_{ab}}{1+\beta}$ //

(β) $V_{cd} = \dfrac{V_{ab}}{1+\beta} \rightsquigarrow V_1 = \dfrac{V_0}{1+\beta}$, $V_2 = \dfrac{V_1}{1+\beta} = \dfrac{V_0}{(1+\beta)^2}$,

$V_3 = \dfrac{V_2}{1+\beta} = \dfrac{V_0}{(1+\beta)^3}$, Άρα: $V_n = \dfrac{V_0}{(1+\beta)^n}$ //

Για $R_1 = R_2$, $R_T = R_1(1+\sqrt{3})$, $R_{eq} = \dfrac{R_1(1+\sqrt{3})}{2+\sqrt{3}}$

$\beta = \dfrac{2R_1}{R_{eq}} = \dfrac{2(2+\sqrt{3})}{1+\sqrt{3}} = 2{,}73$

Θέλουμε : $V_n < 0{,}01 V_0 \Rightarrow \dfrac{\cancel{V_0}}{(1+\beta)^n} < \dfrac{1}{100} \cancel{V_0}$

$\Rightarrow (1+\beta)^n > 100 \Rightarrow n \ln(3{,}73) > \ln 100 \Rightarrow n > 3{,}5$

$\Rightarrow n = 4$ //