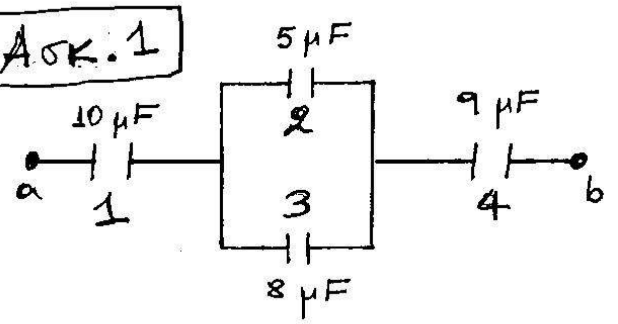
4η Σειρά Ασκήσεων — ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ

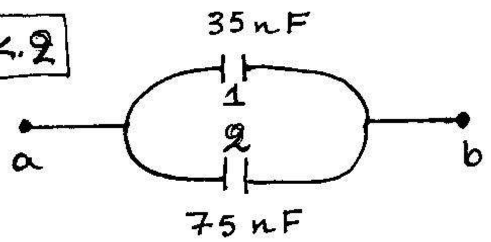
Ασκ. 1



Το σχήμα δείχνει ένα σύστημα τεσσάρων πυκνωτών, όπου η διαφορά δυναμικού κατά μήκος των a b είναι 50 Volt.

(α) Βρέστε την ισοδύναμη χωρητικότητα του συστήματος μεταξύ των a και b.
(β) Πόσο φορτίο έχει αποθηκευτεί από αυτό τον συνδυασμό πυκνωτών;
(γ) Πόσο φορτίο έχει αποθηκευτεί σε καθένα από τους πυκνωτές των 10 μF και 9 μF;

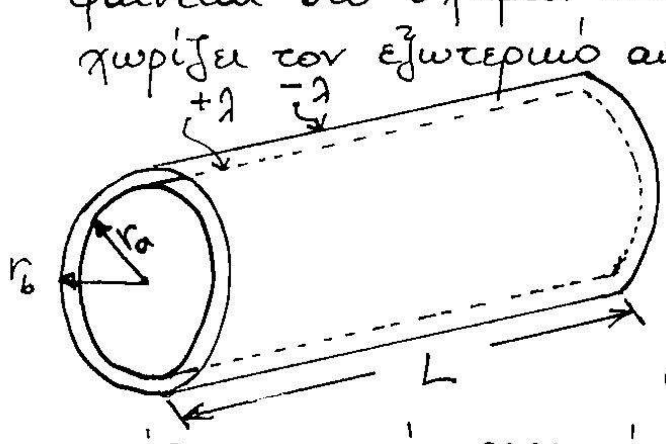
Ασκ. 2



Για το δίκτυο πυκνωτών του σχήματος, η διαφορά δυναμικού κατά μήκος του ab είναι 220 Volt. Βρέστε, (α) το ολικό φορτίο που έχει αποθηκευτεί στο δίκτυο, (β) το φορτίο στον κάθε πυκνωτή, (γ) την συνολική ενέργεια που έχει αποθηκευτεί στο δίκτυο και (ε) τη διαφορά δυναμικού κατά μήκος κάθε πυκνωτή.
(δ) την ενέργεια σε κάθε πυκνωτή χωριστά,

Ασκ. 3

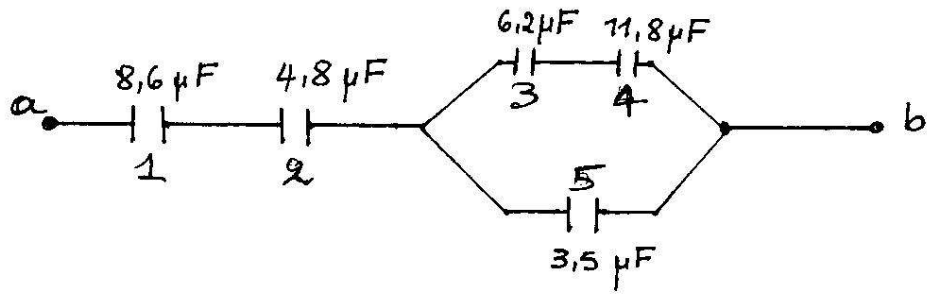
24.55 Θεωρήστε έναν κυλινδρικό πυκνωτή σαν αυτόν που φαίνεται στο σχήμα. Έστω $d = r_b - r_a$ η απόσταση που χωρίζει τον εξωτερικό από τον εσωτερικό κύλινδρο.



(α) Έστω ότι οι ακτίνες των δύο αγωγών διαφέρουν ελάχιστα, έτσι ώστε $d << r_a$. Δείξτε ότι η χωρητικότητα του κυλινδρικού πυκνωτή $C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(r_b/r_a)}$, ανάγεται στην χωρητικότητα ενός πυκνωτή παράλληλων πλακών, με A την επιφάνεια του κάθε κυλίνδρου. Χρησιμοποιήστε το $\ln(1+z) \cong z$ για $|z| << 1$.
(β) Ακόμα και αν η γη είναι εν γένει σφαιρική, η επιφάνεια της

μας φαίνεται επίπεδη λόγω του ότι η ακτίνα της είναι πολύ μεγάλη. Χρησιμοποιήστε την ιδέα αυτή για να εξηγήσετε γιατί το αποτέλεσμα του μέρους (α) έχει νόημα από αμιγώς γεωμετρική άποψη.

Ασκ. 4 Για το δίκτυο πυκνωτών του σχήματος, η διαφορά δυναμικού κατά μήκος των a b είναι 12 V.
Βρέστε, (α) τη συνολική ενέργεια που έχει αποθηκευτεί στο δίκτυο και (β) την ενέργεια που έχει αποθηκευτεί στον πυκνωτή των 4,8 μF.



4η Σειρά Ασκήσεων – ΛΥΣΕΙΣ

Ασκ.1 $V_{ab} = 50V$

(α) $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2,3}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{C_{ολ}} = \frac{1}{C_{ισοδύναμη}}$

$C_{2,3} = C_1 + C_2 = 5\mu F + 8\mu F \Rightarrow C_{2,3} = 13\mu F$

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{13} + \frac{1}{9} = \frac{337}{1170} \Rightarrow C_{eq} = 3{,}47\ \mu F$ //

(β) $V_{ab} = V_1 + V_{2,3} + V_4$

$Q = Q_1 = Q_{2,3} = Q_4$ (σε σειρά)

$V_{ab} = \frac{Q}{C_{eq}} \Rightarrow Q = V_{ab} C_{eq} = 50V \cdot 3{,}47\mu F \Rightarrow Q = 174\mu F$ //

(γ) $Q_1 = Q_4 = Q = 174\mu F$ (σε σειρά)

Ασκ.2 (α) $Q = V C_{eq} = V_{ab}(C_1 + C_2) = 220V\,(35+75)\cdot 10^{-9}F$

$\Rightarrow Q = 24{,}2\ \mu C$ //

(β) $Q_1 = C_1 V = 35\cdot 10^{-9}F \cdot 220V \Rightarrow Q_1 = 7{,}7\mu C$ //

$Q_2 = C_2 V = 75\cdot 10^{-9}F \cdot 220V \Rightarrow Q_2 = 16{,}5\ \mu C$ //

(γ) $U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2}\, 24{,}2\cdot 10^{-6}C \cdot 220V \Rightarrow U = 2{,}66 mJ$ //

(δ) $U_1 = \frac{1}{2} Q_1 V = \frac{1}{2}\, 7{,}7\cdot 10^{-6}C \cdot 220V \Rightarrow U_1 = 0{,}85\ mJ$ //

$U_2 = \frac{1}{2} Q_2 V = \frac{1}{2}\, 16{,}5\cdot 10^{-6}C \cdot 220V \Rightarrow U_2 = 1{,}81\ mJ$,

$U = U_1 + U_2$

(ε) $V_1 = V_2 = V_{ab} = 220V$ (παράλληλοι)

Ασκ. 3 (4)

24.55 (α) $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(r_b/r_a)} \overset{r_b = d + r_a}{=\!=} \dfrac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln((d+r_a)/r_a)} = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{d}{r_a}+1\right)}$

Το δείξαμε στην τάξη!

$\ln\left(1+\dfrac{d}{r_a}\right) \simeq \dfrac{d}{r_a}$ για $d \ll r_a$

$$C \simeq \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{d/r_a} = \frac{\overbrace{2\pi r_a L}^{A}\,\varepsilon_0}{d} = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \quad /\!/$$

(επίπεδος πυκνωτής)

(β) Το ανθρώπινο ύψος h είναι πολύ μικρότερο από την ακτίνα της γης R_Γ, δηλ. $h \ll R_\Gamma$. Γι' αυτό η Γη μας φαίνεται επίπεδη. ($R_\Gamma = 6380$ km)

Το $d (= r_b - r_a)$, του ερωτήματος (α), σε αναλογία με το h είναι κι αυτό πολύ μικρότερο από τις ακτίνες των κυλίνδρων, $d \ll r_a$, γι' αυτό η χωρητικότητα τους προσεγγιστικά ανάγεται στη χωρητικότητα του πυκνωτή παράλληλων πλακών.

Ασκ. 4 (α) $U = \frac{1}{2} C_{eq} V^2$

$$\frac{1}{C_{3,4}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{6{,}2} + \frac{1}{11{,}8} \Rightarrow C_{3,4} = 4{,}1\ \mu F$$

$$C_{3,4,5} = C_{3,4} + C_5 = 4{,}1 + 3{,}5\ \mu F \Rightarrow C_{3,4,5} = 7{,}6\ \mu F$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{3,4,5}} = \frac{1}{8{,}6} + \frac{1}{4{,}8} + \frac{1}{7{,}6} \rightarrow C_{eq} = 2{,}19\ \mu F$$

$$U = \frac{1}{2}\, 2{,}19 \cdot 10^{-6} F\ 12^2 V^2 \Rightarrow U = 158\ \mu J \ /\!/$$

(β) $Q_1 = Q_2 = Q_{3,4,5} = Q$

$$U = \frac{1}{2} Q V \Rightarrow Q = \frac{2U}{V} = \frac{2 \cdot 158\ \mu J}{12\ V} \Rightarrow Q = 26{,}3\ \mu C$$

$$U_2 = \frac{Q^2}{2C_2} = \frac{(26{,}3)^2 \cdot 10^{-12} C}{2 \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-6} F} \Rightarrow U_2 = 72{,}1\ \mu J \ /\!/$$

! Για πυκνωτές σε σειρά, το <u>μεγαλύτερο</u> ποσοστό ενέργειας αποθηκεύεται στον πυκνωτή με την <u>μικρότερη</u> χωρητικότητα.