



Πέμπτη 15 Φεβρουαρίου 2024

Σ. Φίλιππας

Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις

Φυλλάδιο 1

1). Να λυθεί το πρόβλημα Cauchy

$$\begin{aligned}2u_t(x, t) + tu_x(x, t) &= xu(x, t), & x \in \mathbf{R}, & t > 0, \\ u(x, 0) &= g(x), & x \in \mathbf{R}.\end{aligned}$$

όπου  $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  είναι δοθείσα ομαλή συνάρτηση. Πόσο ομαλή πρέπει να είναι η  $g$  ώστε να υπάρχει κλασική λύση;

2). Δίδεται η εξίσωση

$$yu_x(x, y) - xu_y(x, y) = 0, \quad x \in \mathbf{R}, \quad y > 0.$$

Ελέγξτε για κάθε μία από τις παρακάτω αρχικές συνθήκες κατά πόσον η εξίσωση είναι επιλύσιμη ή όχι. Αν είναι επιλύσιμη βρείτε τη λύση, αν όχι εξηγήστε γιατί.

a)  $u(x, 0) = x^2, \quad x \in \mathbf{R}.$

b)  $u(x, 0) = x, \quad x \in \mathbf{R}.$

c)  $u(x, 0) = x, \quad x > 0.$