

## MEM-215 ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

### 1. ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ

ΣΧΟΛΗ	ΘΕΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ		
ΤΜΗΜΑ	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ		
ΠΠΣ	ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ		
ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΠΟΥΔΩΝ	ΠΡΟΠΤΥΧΙΑΚΟ		
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	MEM-215		
ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ	ΕΑΡΙΝΟ		
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ	6 <sup>ο</sup>		
ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ		
ΑΥΤΟΤΕΛΕΙΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΕΣ ΩΡΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	ECTS	
ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ	4	8	
ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΥΤΟΤΕΛΩΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ	ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΕΣ ΩΡΕΣ		
ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ	4		
ΣΥΝΟΛΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	4		
ΤΥΠΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ:	Επιστημονικής Περιοχής.		
ΕΙΔΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ:	ΚΑΤΕΠΙΛΟΓΗ ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΟ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑΣ «ΚΟΡΜΟΥ»		
ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ:			
ΣΥΝΙΣΤΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ:	MEM-100 ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΜΙΓΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ MEM-101 ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ I MEM-106 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ I MEM-112 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ MEM-211 ΑΝΑΛΥΣΗ I MEM-212 ΑΝΑΛΥΣΗ II		
ΓΛΩΣΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ και ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ:	ΕΛΛΗΝΙΚΗ		
ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΡΟΣΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΦΟΙΤΗΤΕΣ ERASMUS	ΝΑΙ (ΕΛΛΗΝΙΚΗ/ΑΓΓΛΙΚΗ)		
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ (URL)	Η ηλεκτρονική σελίδα διαμορφώνεται με ευθύνη του διδάσκοντα.		

### 2. ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

<b>ΕΠΙΠΕΔΟ ΕΘΝΙΚΟΥ &amp; ΕΥΡΩΠΑΪΚΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΠΡΟΣΟΝΤΩΝ: 6</b>
<b>Μαθησιακά Αποτελέσματα</b>
Μετά την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος οι φοιτητές θα είναι σε θέση: 1. να κατανοούν τις βασικές ιδιότητες τής νόρμας. 2. να αποδεικνύουν απλά αποτελέσματα που συνδυάζουν την (μετρική) τοπολογική και τη γραμμική δομή ενός χώρου με νόρμα. 3. να κατανοούν τη σημασία τής έννοιας τής πληρότητας. 4. να γνωρίζουν τους κλασικούς (κυρίως ακολουθιακούς) χώρους Banach και τις βασικές ιδιότητές τους. 5. να διακρίνουν τη δομή εσωτερικού γινομένου σε χώρους Hilbert. 6. να γνωρίζουν την έννοια τού φραγμένου γραμμικού τελεστή. 7. να κατανοούν την έννοια τού δυϊκού χώρου και να εφαρμόζουν τις σχετικές τεχνικές. 8. να διατυπώνουν προβλήματα από άλλες περιοχές των μαθηματικών χρησιμοποιώντας τον φορμαλισμό τής συναρτησιακής ανάλυσης. 9. να επιχειρηματολογούν αυστηρά σε πλαίσια πιο αφηρημένα από εκείνα τής στοιχειώδους ανάλυσης.
<b>Γενικές Ικανότητες</b>
Προσαρμογή σε νέες καταστάσεις. Λήψη αποφάσεων. Αυτόνομη εργασία. Προαγωγή τής ελεύθερης, δημιουργικής και επαγωγικής σκέψης.

### 3. ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

1. Χώροι με νόρμα. Στοιχειώδεις τοπολογικές έννοιες (συνέχεια νόρμας, ανοικτά και κλειστά σύνολα, κλειστότητα και εσωτερικό, πυκνότητα υποχώρων, διαχωρισιμότητα, σύγκλιση ακολουθιών), με έμφαση στην αλληλεπίδραση με τη γραμμική δομή.
2. Πληρότητα. Χώροι Banach και βασικές ιδιότητες (πληρότητα κλειστών υποχώρων, χαρακτηρισμός μέσω σειρών). Παραδείγματα μη πλήρων χώρων με νόρμα.
3. Κλασικοί χώροι Banach (χώροι αθροίσμων, συγκλινουσών και φραγμένων ακολουθιών, χώροι συνεχών συναρτήσεων) και βασικές ιδιότητές τους (για παράδειγμα, διαχωρισιμότητα και πυκνοί υποχώροι)
4. Χαρακτηρισμός χώρων με νόρμα πεπερασμένης διάστασης. Ισοδυναμία νορμών. Λήμμα Riesz.
5. Φραγμένοι γραμμικοί τελεστές. Ισομορφισμοί και ισομετρίες. Νόρμα τελεστή. Ο χώρος των φραγμένων τελεστών ως χώρος Banach. Επέκταση φραγμένων τελεστών ορισμένων σε πυκνό υποχώρο.
6. Φραγμένα γραμμικά συναρτησοειδή. Ο δυϊκός χώρος ως χώρος Banach. Σύγκριση με τον αλγεβρικό δυϊκό. Σύγκριση με την περίπτωση χώρου πεπερασμένης διάστασης.
7. Χώροι με εσωτερικό γινόμενο. Η έννοια τής ορθογωνιότητας. Ορθογώνια συμπληρώματα. Χώροι Hilbert.
8. Φραγμένα γραμμικά συναρτησοειδή σε χώρους Hilbert. Το θεώρημα αναπαράστασης του Riesz.
9. Ορθοκανονικές βάσεις. Ορθοκανονικοποίηση. Ανισότητα Bessel. Ταυτότητα Parseval. Αφηρημένοι συντελεστές Fourier. Η καθολικότητα του χώρου  $\ell^2(A)$ .
10. [Προεραϊτικά.] Αναφορά (χωρίς απόδειξη) στο θεώρημα Hahn–Banach και σε κάποιες τυπικές εφαρμογές (προσδιορισμός νόρμας στοιχείου μέσω συναρτησοειδούς, διαχωρισιμότητα χώρου με διαχωρισίμο δυϊκό, εμφύτευση στον δεύτερο δυϊκό, αυτοπάθεια).
11. [Προεραϊτικά.] Αναφορά (χωρίς απόδειξη) στο θεώρημα ανοικτής απεικόνισης, στο θεώρημα κλειστού γραφήματος και στην αρχή ομοιομόρφου φράγματος, μαζί με τυπικές εφαρμογές (κατά σημείο σύγκλιση ακολουθιών φραγμένων τελεστών, θεώρημα αντίστροφης απεικόνισης, ισοδυναμία νορμών σε χώρους Banach).

### 4. ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ-ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

<b>ΤΡΟΠΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ:</b>	Παρουσίαση της ύλης από τον καθηγητή στον πίνακα, εντός αίθουσας, με ακροατήριο.	
<b>ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ:</b>	Παροχή υλικού μελέτης και πληροφοριών μέσω ιστοσελίδας. Δυνατότητα επικοινωνίας των φοιτητών με τον διδάσκοντα με ηλεκτρονικό τρόπο (e-mail).	
<b>ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ:</b>	<b>Δραστηριότητα</b>	<b>Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου</b>
	Διαλέξεις	52
	Μη καθοδηγούμενη μελέτη βιβλιογραφίας	52
	Μη καθοδηγούμενη μελέτη ασκήσεων εφαρμογής	90
	Συμβουλευτική μελέτης	6
	Σύνολο Μαθήματος	<b>200</b>
<b>ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΦΟΙΤΗΤΩΝ:</b>	Η αξιολόγηση βασίζεται στο αποτέλεσμα μίας ή περισσότερων γραπτών εξετάσεων. Η συμμετοχή του αποτελέσματος κάθε εξέτασης στον τελικό βαθμό αποφασίζεται από τον εκάστοτε διδάσκοντα. Κάθε γραπτή εξέταση στοχεύει στην πιστοποίηση των γνώσεων που έχουν αποκτηθεί με θέματα ανάπτυξης. Ο τρόπος αξιολόγησης ανακοινώνεται από τον διδάσκοντα στην αρχή του εξαμήνου και είναι αναρτημένη στην ιστοσελίδα του μαθήματος. Σε συνεργασία με το Συμβουλευτικό Κέντρο του Πανεπιστημίου Κρήτης, ο τρόπος αξιολόγησης προσαρμόζεται κατάλληλα στους φοιτητές με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες.	

### 5. ΣΥΝΙΣΤΩΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- E. Kreyszig. *Introductory Functional Analysis*. Wiley, 1989.  
Σ. Νεγρεπόντης, Θ. Ζαχαριάδης, Ν. Καλαμίδα, Β. Φαρμάκη. *Γενική Τοπολογία και Συναρτησιακή Ανάλυση*. Εκδόσεις Συμμετρία, 1997.  
G.F. Simmons. *Introduction to Topology and Modern Analysis*. Krieger Publishing Company, 2003.