

Άσκηση 2

Ημερομηνία Παράδοσης: 10 Νοεμβρίου 2014[†]

Πρόβλημα 1 [20 μονάδες] Θεωρήστε την παρακάτω αναδρομική σχέση:

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{5}\right) + 2T\left(\frac{n}{5} + 3\right) + n^2.$$

Δείξτε: (1) με τη μέθοδο αντικατάστασης, και (2) με το Κεντρικό Θεώρημα, ότι $T(n) = \Theta(n^2)$.

Πρόβλημα 2 [50 μονάδες] Θεωρήστε τις παρακάτω αναδρομικές σχέσεις. Για κάθε μία από αυτές βρείτε ακριβή ασυμπτωτική χρησιμοποιώντας το Κεντρικό Θεώρημα, είτε δείξτε ότι το Κεντρικό Θεώρημα δεν είναι εφαρμόσιμο στην εν λόγω αναδρομική σχέση.

1. $T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2$.
2. $T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3$.
3. $T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3 \lg \lg n$.
4. $T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3 \sqrt{n}$.
5. $T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n^4$.

Πρόβλημα 3 [30 μονάδες] Βρείτε ασυμπτωτική ακριβή λύση της παρακάτω αναδρομικής σχέσης χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο μετασχηματισμό και στη συνέχεια το Κεντρικό Θεώρημα.

$$T(n) = T\left(n^{1/a}\right) + 1, \quad n \geq 2$$

όπου $a > 1$ σταθερά.

Βρείτε την ακριβή λύση της παραπάνω αναδρομικής σχέσης αν θεωρήσετε ότι $T(2) = 0$.

Σύνολο μονάδων: 100

[†]Παράδοση στην αρχή του μαθήματος.