

Άσκηση 1

Ημερομηνία Παράδοσης: 29 Οκτωβρίου 2014[†]

Πρόβλημα 1 [25 μονάδες] Θεωρήστε την αναδρομική σχέση $T(n) = T(\alpha n) + T((1 - \alpha)n) + cn$, όπου $0 < \alpha < 1$ και $c > 0$ είναι σταθερές (ανεξάρτητα του n). Δείξτε με τη μέθοδο της αντικατάστασης ότι $T(n) = \Theta(n \lg n)$.

Πρόβλημα 2 [30 μονάδες] Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο αντικατάστασης για να βρείτε ένα ασυμπτωτικό άνω φράγμα για τις παρακάτω σχέσεις.

1. $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^2 \lg n$.

2. $T(n) = 3T(\frac{n}{3} + 5) + \frac{n}{2}$.

Προσπαθήστε ώστε το φράγμα σας είναι όσο το δυνατόν πιο ακριβές. Θεωρήστε ότι, και στις δύο περιπτώσεις, η συνάρτηση $T(n)$ είναι σταθερή για $n \leq 10$.

Πρόβλημα 3 [45 μονάδες] Αποδείξτε τις παρακάτω προτάσεις:

1. $\lg^2 n = o(2^{\sqrt{2 \lg n}})$

2. $n \cdot 2^n = O(n!)$

3. $2^{2^{n+1}} = \omega(2^{2^n})$

Σύνολο μονάδων: 100

[†]Παράδοση στην αρχή του μαθήματος.