

MEM103 ΘΕΜΕΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Τμήμα Α

Επαναληπτικές Ασκήσεις 2

Παρασκευή 11/12/2015

Άσκηση 2.1 Έστω ότι το P συμβολίζει την πρόταση "Ο καιρός είναι καλός" και ότι το Q συμβολίζει την πρόταση "Θα κάνουμε πικνίκ". Μεταφράστε τα παρακάτω στα Ελληνικά και απλοποιήστε τα, αν είναι δυνατόν:

α'. $P \wedge (\neg Q)$

γ'. $(\neg P) \Leftrightarrow (\neg Q)$

β'. $P \Leftrightarrow Q$

δ'. $\neg((\neg P \vee Q) \vee (P \wedge (\neg Q)))$

Άσκηση 2.2 Κατασκευάστε τους πίνακες αληθείας για τις παρακάτω προτάσεις:

α'. $(P \Rightarrow P) \Rightarrow (P \Rightarrow (\neg P))$

γ'. $P \Leftrightarrow ((\neg P) \vee (\neg Q))$

β'. $(P \vee (\neg Q)) \vee (\neg P)$

δ'. $(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow ((P \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \Rightarrow R))$

Άσκηση 2.3 Δείξτε με επαγωγή ότι το $n^4 - 4n^2$ διαιρείται από το 3 για κάθε $n \geq 2$.

Άσκηση 2.4 Δείξτε με επαγωγή ότι

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(2n - 1)(2n + 1)}{3}.$$

Άσκηση 2.5 Υποθέστε ότι δεν επιτρέπονται επαναλήψεις. Έχουμε το σύνολο $\{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$

α'. Πόσοι τετραψήφιοι αριθμοί είναι δυνατόν να σχηματισθούν από τα ψηφία του συνόλου;

β'. Πόσοι τετραψήφιοι μικρότεροι του 4000 είναι δυνατόν να σχηματιστούν;

γ'. Πόσοι τετραψήφιοι άρτιοι είναι δυνατόν να σχηματιστούν;

δ'. Πόσοι τετραψήφιοι περιττοί είναι δυνατόν να σχηματιστούν;

ε'. Πόσοι τετραψήφιοι που είναι πολλαπλάσια του 5 είναι δυνατόν να σχηματιστούν;

στ'. Πόσοι τετραψήφιοι που περιέχουν και το ψηφίο 3 και το ψηφίο 5 είναι δυνατόν να σχηματιστούν;

Άσκηση 2.6

- α'. Με πόσους τρόπους είναι δυνατόν να διαταχθούν τα γράμματα στη λέξη ΜΙΣΣΙΣΣΙΠΠΗΣ;
- β'. Πόσες είναι οι δυνατές διατάξεις, αν τα δύο Π πρέπει να χωρισθούν;

Άσκηση 2.7 Καρκινική λέξη μια λέξη που διαβάζεται το ίδιο είτε κανονικά είτε ανάποδα. Πόσες καρκινικές λέξεις με επτά γράμματα είναι δυνατόν να φτιαχτούν με το ελληνικό αλφάβητο;