

## Αριθμητική Επίλυση Διαφορικών Εξισώσεων

## 1η Εργαστηριακή Άσκηση

Προθεσμία: 7-5-2010

Θεωρούμε το σύστημα αρχικών τιμών

$$x'(t) = -y(t), \quad t \in [0, 1]$$

$$y'(t) = x(t), \quad t \in [0, 1]$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

- Δείξτε ότι η ακριβής λύση του προβλήματος ικανοποιεί  $x^2(t) + y^2(t) = 1$ .
- Να λύσετε προσεγγιστικά το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας την άμεση μέθοδο του Euler σε ομοιόμορφη διαμέριση 100 και 200 σημείων.
- Να λύσετε προσεγγιστικά το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας την άμεση μέθοδο του τραπεζίου σε ομοιόμορφη διαμέριση 100 και 200 σημείων.
- Να λύσετε προσεγγιστικά το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας την κλασική μέθοδο των Runge-Kutta τέταρτης τάξης σε ομοιόμορφη διαμέριση 100 και 200 σημείων.
- Να λύσετε προσεγγιστικά το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας την μέθοδο των Gauss-Legendre,  $q=2$  σε ομοιόμορφη διαμέριση 100 και 200 σημείων.

Για την επίλυση με τις υπολογιστικές μεθόδους να χρησιμοποιήσετε C, Fortran ή MatLab.

- Να αναπαραστήσετε σε κοινά γραφήματα τις προσεγγιστικές λύσεις και τις αντίστοιχες τιμές του  $(x^n)^2 + (y^n)^2$ . Τα γραφήματα να γίνουν με αριθμητικά δεδομένα που θα εξάγονται από τον κώδικα ο οποίος θα υπολογίζει τις προσεγγιστικές λύσεις. Να φροντίσετε ώστε τα γραφήματα σας να αναπαριστούν τα ποιοτικά στοιχεία των λύσεων με σαφήνεια.
- Να εξάγετε συμπεράσματα για την ποιότητα των προσεγγίσεων (ακρίβεια και ποιοτική συμπεριφορά).

- Σε μία αναφορά να απαντήσετε στην θεωρητική ερώτηση, να περιγράψετε τις προσεγγιστικές μεθόδους -επισυνάπτοντας τα αντίστοιχα μέρη του κώδικα που τις υλοποιούν- τα γραφήματα που έχετε κατασκευάσει και τέλος τα συμπεράσματα σας για την συμπεριφορά και ακρίβεια των υπολογιστικών μεθόδων.