

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

«Πιθανότητες» (EM161) – Εαρινό Εξάμηνο 2004-2005
Διδάσκων Ι. Τσαγράκης

5^ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Σημείωση: Κάποιες ασκήσεις παρακάτω αφορούν προβλήματα με τράπουλα και χέρια του πόκερ. Μια τράπουλα έχει 52 χαρτιά. Αυτά τα χαρτιά σχηματίζουν 4 οικογένειες που λέγονται μπαστούνια, καρό, κούπες, και σπαθιά. Κάθε οικογένεια έχει 13 χαρτιά με τιμές όψης 2, 3, 4, ..., 10, J, Q, K, A. Ένα χέρι του πόκερ αποτελείται από 5 χαρτιά που επιλέγονται από την τράπουλα χωρίς επανατοποθέτηση και χωρίς να έχει σημασία η σειρά τους. Λέμε ότι τα χαρτιά σε ένα χέρι του πόκερ είναι διαδοχικά αν είναι της μορφής: (A,2,3,4,5), ή (2,3,4,5,6) ή ... ή (10,J, Q,K,A).

Άσκηση 1: Αν 4 παπούτσια διαλέγονται τυχαία από 5 διαφορετικά ζευγάρια παπουτσιών, ποια είναι η πιθανότητα να υπάρχει τουλάχιστον ένα ζευγάρι ανάμεσα τους;

Άσκηση 2: Ένα λεωφορείο ξεκινά με 6 επιβάτες και σταματάει σε 10 διαφορετικές στάσεις. Υποθέτοντας ότι οι επιβάτες είναι εξίσου πιθανό να αποβιβαστούν σε οποιαδήποτε στάση, βρείτε την πιθανότητα να μην αποβιβαστούν δύο ή περισσότεροι επιβάτες στην ίδια στάση.

Άσκηση 3: Τα 52 χαρτιά μιας τράπουλας μοιράζονται σε 4 παίχτες. Ποια είναι η πιθανότητα ο A να μην έχει κανένα άσο, αν ο B επίσης δεν έχει άσο;

Άσκηση 4: Ρίχνετε 3 ζάρια. Ποια είναι η πιθανότητα να έχετε τουλάχιστον ένα βαρι, αν ξέρετε ότι και τα 3 είναι διαφορετικά;

Άσκηση 5: Ανακατεύετε μια τράπουλα και ανοίγετε ένα-ένα τα φύλλα της μέχρι να εμφανιστεί ο 1^{ος} άσος. Δεδομένου ότι ο 1^{ος} άσος εμφανίζεται στην 20^η θέση. Ποια είναι η πιθανότητα:
α) στην 21^η θέση να είναι άσος σπαθί; β) στην 21^η θέση να είναι 2 καρό;

Άσκηση 6: Χωρίζουμε μια τράπουλα σε δυο ομάδες από 26 φύλλα η καθεμιά. Τραβάμε ένα χαρτί από την πρώτη ομάδα, το βλέπουμε και το βάζουμε στη δεύτερη. Μετά τραβάμε ένα χαρτί από τη δεύτερη ομάδα. Ποια είναι η πιθανότητα το δεύτερο χαρτί να είναι άσος, αν το πρώτο ήταν άσος;

Άσκηση 7: Υπολογίστε την πιθανότητα να εμφανιστεί καθένα από τα εξής χέρια του πόκερ:

- (α) Φλος ρουαγιαλ [(10,J, Q,K,A) από την ίδια οικογένεια].
- (β) Φλος (5 διαδοχικά χαρτιά της ίδιας οικογένειας)
- (γ) Καρέ [τιμές όψης της μορφής (x, x, x, x, y) με τα x και y διαφορετικά]
- (δ) Φουλ [τιμές όψης της μορφής (x, x, x, y, y) με τα x και y διαφορετικά]
- (ε) Χρώμα (5 χαρτιά της ίδιας οικογένειας)
- (στ) Κέντα (5 διαδοχικά χαρτιά, χωρίς να μας ενδιαφέρει η οικογένεια)
- (ζ) Τριάδα [τιμές όψης της μορφής (x, x, x, y, z) με τα x, y και z διαφορετικά]
- (η) Ζευγάρια [τιμές όψης της μορφής (x, x, y, y, z) με τα x, y και z διαφορετικά]
- (θ) Ζευγάρι [τιμές όψης της μορφής (w, w, x, y, z) με τα w, x, y και z διαφορετικά]

Άσκηση 8: Βρείτε την πιθανότητα ένα χέρι του πόκερ με 5 χαρτιά να μην περιέχει κανένα χαρτί με αριθμό μικρότερο από 7, δεδομένου ότι περιέχει τουλάχιστον ένα χαρτί μεγαλύτερο από 10, και όπου οι άσοι θεωρούνται υψηλά χαρτιά.

Άσκηση 9: Έστω ότι επιλέγουμε τυχαίο δείγμα μεγέθους n από έναν πληθυσμό r ατόμων. Βρείτε την πιθανότητα να μην υπάρχει στο δείγμα κανένα από k προκαθορισμένα άτομα, αν η μέθοδος που χρησιμοποιούμε είναι:

- (α) δειγματοληψία χωρίς επανατοποθέτηση
- (β) δειγματοληψία με επανατοποθέτηση