

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

«Πιθανότητες» (EM161) – Εαρινό Εξάμηνο 2004-2005
Διδάσκων Ι. Τσαγράκης

4^ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Άσκηση 1: α) Πόσοι αναγραμματισμοί της λέξης «ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΣ» υπάρχουν;
β) Πόσοι από αυτούς αρχίζουν από Π και πόσοι από Λ;

Άσκηση 2: α) Κατά πόσους τρόπους μπορούμε να διαλέξουμε έναν πρόεδρο, έναν αντιπρόεδρο και ένα γραμματέα (όλοι διαφορετικοί) από ένα σύνολο 10 ατόμων;
β) Κατά πόσους τρόπους εάν οι Α και Β δεν θέλουν να είναι μαζί στην επιτροπή;
γ) Κατά πόσους τρόπους εάν οι Γ και Δ είτε θα είναι μαζί στην επιτροπή, είτε δεν θα είναι καθόλου;

Άσκηση 3: Με πόσους τρόπους μπορεί να σχηματιστεί μια 4-μελής επιτροπή από σύνολο 15 ατόμων; Με πόσους τρόπους μπορούμε να διαλέξουμε πρόεδρο, αντιπρόεδρο, γραμματέα και ταμία από 15 άτομα;

Άσκηση 4: Αν μοιράσουμε τα 52 χαρτιά της τράπουλας στους παίχτες Α, Β, Γ και Δ. Κατά πόσους τρόπους ο Α έχει ακριβώς 1 άσο; Κατά πόσους τρόπους οι Α και Β μαζί έχουν ακριβώς 2 άσσους;

Άσκηση 5: Κατά πόσους τρόπους μπορούμε να μοιράσουμε 10 γλυκά σε 5 παιδιά;
α) χωρίς περιορισμούς;
β) κάθε παιδί παίρνει δύο γλυκά;

Άσκηση 6: Σε μιαν εξέταση, ένας φοιτητής πρέπει να απαντήσει σε 7 από τις 10 ερωτήσεις. Πόσες επιλογές έχει; Πόσες επιλογές έχει αν πρέπει τουλάχιστον οι 4 να είναι από τις πρώτες 6;

Άσκηση 7: Δώστε ένα συνδυαστικό επιχειρήμα για την ισότητα: $\binom{N}{k} = \binom{N}{N-k}$

Άσκηση 8: Βρίσκεστε σε ένα πάρτι που δεν γνωρίζεται κανένα. Αν υπάρχουν 6 γυναίκες και 4 άνδρες και ξέρετε ότι υπάρχουν 3 παντρεμένα ζευγάρια, με πόσους τρόπους μπορείτε να μαντέψετε ποια είναι τα ζευγάρια;
Με πόσους τρόπους αν είναι 4 παντρεμένα ζευγάρια;

Άσκηση 9: Αποδείξτε ότι $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$

Άσκηση 10: Αποδείξτε ότι $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1} = (n-k+1) \binom{n}{k-1}$

Άσκηση 11: Από μια τράπουλα διαλέγω 5 χαρτιά. Πόσοι τρόποι υπάρχουν να έχω ακριβώς 2 καρό, 1 κούπα και 2 μπαστούνια;