

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

«Πιθανότητες» (EM161) – Εαρινό Εξάμηνο 2004-2005
Διδάσκων Ι. Τσαγράκης

3^ο ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Άσκηση 1: Ένα κουτί έχει 10 μαύρους και 5 άσπρους βόλους. Τραβάμε ένα βόλο και τον ξαναβάζουμε στο κουτί μαζί με δύο άλλους του ίδιου χρώματος. Ξανατραβάμε ένα βόλο και βγαίνει άσπρος. Ποια είναι η πιθανότητα ο πρώτος να ήταν μαύρος;

Άσκηση 2: Έχετε 3 νομίσματα σε ένα κουτί. Το ένα είναι αμερόληπτο, το δεύτερο έχει και στις δυο πλευρές κεφάλι και το τρίτο είναι κάλπικο και έρχεται κεφάλι το 75% των φορών που το ρίχνεις. Αν διαλέξω τυχαία ένα από τα 3 νομίσματα, το ρίξω και έρθει κεφάλι, ποια είναι η πιθανότητα να έχω διαλέξει εκείνο το νόμισμα που έχει και στις δυο πλευρές κεφάλι;

Άσκηση 3: Έχουμε 3 δοχεία. Το I έχει 5 άσπρους και 5 μαύρους βόλους. Το II έχει 5 άσπρους και 10 μαύρους, και το III έχει 10 άσπρους και 5 μαύρους βόλους.

- α) Αν τραβήξουμε ένα βόλο από κάθε δοχείο, ποια είναι η πιθανότητα να είναι και οι τρεις άσπροι;
- β) Πρώτα επιλέγουμε ένα δοχείο και μετά ένα βόλο. Ποια η πιθανότητα να είναι άσπρος;
- γ) Στο (β) ποια είναι η πιθανότητα να διαλέξαμε το πρώτο δοχείο δεδομένου ότι ο βόλος είναι άσπρος;
- δ) Τραβάμε ένα βόλο από το I και τον βάζουμε στο II. Μετά τραβάμε ένα βόλο από το II και τον βάζουμε στο III. Τέλος, τραβάμε ένα βόλο από το III. Ποια είναι η πιθανότητα και οι τρεις βόλοι που τραβήξαμε να είναι άσπροι;

Άσκηση 4: Ζητάτε από ένα γείτονα να ποτίζει το αγαπημένο σας φυτό ενώ λείπετε σε διακοπές. Χωρίς πότισμα θα μαραθεί με πιθανότητα 0.8. Με πότισμα θα μαραθεί με πιθανότητα 0.15. Εσείς είστε 90% σίγουροι ότι ο γείτονας θα ποτίζει το φυτό.

- α) Ποια είναι η πιθανότητα όταν γυρίσετε να μην είναι μαραμένο;
- β) Αν είναι μαραμένο, ποια η πιθανότητα ο γείτονας να ξέχασε να το ποτίσει;

Άσκηση 5: Ένας κυκλικός στόχος με μοναδιαία ακτίνα χωρίζεται σε 4 ζώνες με εξωτερικές ακτίνες $1/4$, $1/2$, $3/4$ και 1, αντίστοιχα. Επιχειρούμε 10 τυχαίες και ανεξάρτητες βολές που βρίσκουν το στόχο.

- α) Υπολογίστε την πιθανότητα το πολύ 3 από τις βολές να πετύχουν τη ζώνη που ορίζεται από τους κύκλους με ακτίνες $1/2$ και 1.
- β) Αν 5 βολές πετυχαίνουν το δίσκο ακτίνας $1/2$, βρείτε την πιθανότητα τουλάχιστον μία από αυτές να πέσει στο δίσκο με ακτίνα $1/4$.

Άσκηση 6: Κατά τη συνάντηση 20 ατόμων πόσες χειραψίες γίνονται, αν ο καθένας χαιρετήσει όλους τους άλλους;

Άσκηση 7: Πόσες είναι οι λέξεις με 19 γράμματα οι οποίες δεν έχουν δύο συνεχόμενα φωνήεντα ή δυο συνεχόμενα σύμφωνα;

- Άσκηση 8:**
- α) Κατά πόσους τρόπους 3 αγόρια και 3 κορίτσια μπορούν να καθίσουν στη σειρά;
 - β) Κατά πόσους τρόπους μπορούν 3 αγόρια και 3 κορίτσια να καθίσουν στη σειρά, αν τα αγόρια κάθονται μαζί και τα κορίτσια κάθονται μαζί;
 - γ) Κατά πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν, αν μόνο τα αγόρια κάθονται αναγκαστικά μαζί;