

## ΜΕΡΙΚΑ ΧΡΗΣΙΜΑ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΑ

$$1) \sum_{k=0}^N (\alpha + kd) = \frac{N+1}{2} (2\alpha + Nd) \quad (\text{αριθμητική σειρά})$$

Ειδικές περιπτώσεις:

$$1\alpha) \alpha=0, d=1, \text{ δηλαδή:}$$

$$\sum_{k=0}^N k = 1+2+3+\dots+N = \frac{N(N+1)}{2}$$

$$1\beta) \alpha=1, d=2, \text{ δηλαδή:}$$

$$\sum_{k=0}^N (2k+1) = 1+3+5+\dots+(2N+1) = (N+1)^2$$

$$2) \sum_{k=0}^N r^k = \frac{1-r^{N+1}}{1-r} \quad (\text{γεωμετρική σειρά})$$

$$3) \sum_{k=0}^{\infty} r^k = \frac{1}{1-r} \quad \text{για } |r| < 1$$

$$4) \sum_{k=0}^{\infty} k r^k = \frac{r}{(1-r)^2} \quad \text{για } |r| < 1$$

$$5) \sum_{k=0}^{\infty} k^2 r^k = \frac{r(1+r)}{(1-r)^3} \quad \text{για } |r| < 1$$

$$6) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{r^k}{k!} = e^r$$

$$7) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r^k}{k} = -\ln(1-r) \quad \text{για } |r| < 1$$

$$8) \sum_{k=0}^N k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + N^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{6}$$

$$9) \sum_{k=0}^N k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + N^3 = \frac{N^2(N+1)^2}{4} = \left( \sum_{k=0}^N k \right)^2$$

$$10) (\alpha + b)^N = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} \alpha^k b^{N-k} \quad (\text{δυναμική σειρά})$$