



Πέμπτη 4 Απριλίου 2024

Σ. Φίλιππας

Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις

Φυλλάδιο 8

1). (i) Δείξτε ότι

$$x(2-x) \sim \sum_{n=0}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{2n+1}{2}\pi x\right), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

όπου,

$$B_n = \frac{32}{(2n+1)^3\pi^3}, \quad n = 0, 1, \dots$$

(ii) Με τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση του προβλήματος

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} - u, & 0 < x < 1, & \quad t > 0, \\ u(0, t) &= u_x(1, t) = 0, & t &\geq 0, \\ u(x, 0) &= x(2-x), & 0 \leq x \leq 1. \end{aligned}$$

2). Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi+x}{2}, & -\pi \leq x < 0, \\ \frac{\pi-x}{2}, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}.$$

3). Αναπτύξτε σε σειρά συνημιτόνων την

$$f(x) = |\sin x|, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$